Mitteilungen

der Gesellschaft

für

deutsche Erziehungs- und Schulgeschichte

Begründet von Karl Kehrbach

Sechzehnter Jahrgang

Auszug aus einem online-Exemplar der
BBF Bibliothek für Bildungsbeschichtliche Forschung, Berlin,
Scripta Paedagogica Online SPO
http://goobiweb.bbf.dipf.de/viewer/image/ZDB1010996363_0016/134/

Berlin 1906 Heft 2

A. Hofmann & Komp.

Die Neperschen Rechenstäbchen aus dem 17. Jahrhundert.

(Mit 5 Figuren.)

Von **Joseph Heigenmooser**, Kgl. Seminardirektor in München.

Die in meiner Sammlung befindlichen Neperschen Rechenstäbchen aus dem 17. Jahrhundert regten mich zu einer Studie an, bei deren Veröffentlichung ich nicht bloß das Augenmerk auf dieses einst berühmte Rechenlehrmittel lenken möchte, sondern auch zur Sammlung und Erhaltung der vielleicht da und dort noch auffindbaren Originalobjekte, die ja für unsere Schulmuseen eine erwünschte Bereicherung wären, aufmuntern will.

Wenn wir heute von Rechenstäben sprechen, meinen wir zunächst ein Veranschaulichungsmittel beim ersten Schulrechnen, das noch jetzt vielfach in Gebrauch ist. Schon die Pädagogen P. Villaume,[1] ebenso Bernard Overberg[2] empfehlen zur Veranschaulichung des grundlegenden Rechnens und zur Einführung in das dekadische Zahlengebäude kleine Stäbchen, deren je 10 zu einem kleineren Bündel, je 100 zu einem größeren vereinigt werden. Overberg unterscheidet: Stöckchen (Einer), Bündchen (Zehner), Bunde (Hunderter), Päckchen (Tausender), Pack (Zehntausender). Diese Idee hat A. Peupenik in seinem Holzstäbchen-Rechenapparat (1869) verfolgt und Cossmann in seiner Numeriermaschine (1874 ?) bis zur Vollkommenheit ausgebildet.[3] Von diesen Veranschaulichungsmitteln wird hier nicht gesprochen, auch nicht von der Kunst des Stabrechnens in der höheren Mathematik wie sie Esmarch,[4] Fürle,[5] Müller[6] in neuen Werken behandeln.

Wir wollen hier nur den Neperschen Rechenstab und das Rechnen damit in der Beschränkung auf das Multiplizieren, Dividieren, die Regeldetri, das Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzel ins Auge fassen.

---

[1] P. Villaume, Praktisches Lehrbuch für Lehrer. Hamburg 1780.

[2] B. Overberg, Anweisung zum zweckmäßigen Schulunterricht usw. Münster 1793.

[3] Max Hübner, Die Apparate für instrumentales Rechnen. Breslau 1898. Städtisches Schulmuseum.

[4] B. K. Esmarch, Die Kunst des Stabrechnens. Anleitung zum Gebrauch des Rechenstabs. Leipzig 1896.

[5] H. Fürle, Über die Verwendung des Faberschen Rechenstabes zur Lösung quadratischer usw. Gleichungen. Leipzig 1898.

[6] C. H. Müller, Der logarithmische Rechenstab. 1899.

Über den Erfinder dieser geistreichen Vorrichtung hat einer seiner Enkel eine Biographie geschrieben.[1]) Es fällt zunächst auf, daß der Name Napier heißt, während er selbst in seiner Rabdologie sich Joanne Nepero schreibt. Da aber hier auf Biographisches nicht näher eingegangen wird, begnügen wir uns mit dem Lebensabriß, den Brockhaus[2]) gibt. Hier wird er auch Napier (sprich nehpier) genannt. Er war 1550 als der älteste Sohn des schottischen Barons Archibald Napier geboren, vollendete seine Studien in St. Andrews und bereiste dann Frankreich, Italien und Deutschland. Die Mathematik bildete sein Hauptstudium, worin er seine Berühmtheit erlangte. Er entdeckte die sogenannten natürlichen Logarithmen, indem er eine kürzere Berechnung der Dreiecke suchte. ferner erfand er die nach ihm benannten Rechenstäbchen, welche die Vielfachen der einzelnen Zahlen bis zum Neunfachen enthalten und mittels deren man auf eine leichte Art multiplizieren und dividieren kann. Er starb auf seiner Baronie zu Merchiston am 4. April 1617. Seine mathematischen Hauptwerke sind: „Mirifici logarithmorum canonis descriptio" (Edinburg 1614) und „Rabdologiae, seu numerationis per virgulas libri duo" (Edinburg 1617). Ein hinterlassenes Werk „De arte logistica" hat sein erwähnter Enkel (Edinburg 1839) veröffentlicht.

Die Hauptquelle für unsere Arbeit bildet „Nepers Rabdologie". wir ziehen aber zum Vergleiche die erste deutsche Schrift über diesen Gegenstand[3]) und andere spätere deutsche Publikationen herbei und reflektieren dabei immer auf die uns vorliegenden Rechenstäbchen.

I. Beschreibung der Rechenstäbchen.

„Rabdologie"[4]) bezeichnet Neper als die Kunst des Rechnens mit den Rechenstäbchen, virgulae numerationis. Diese sind qua-

[1]) Memoirs of John Napier of Merchiston, herausgegeben von M. Napier (London 1834).

[2]) Brockhaus, Konversations-Lexikon, 14. Aufl., 1894, Bd. 12, S. 170.

[3]) Künstliche Rechenstäblein zu vortheilhafftiger vnd leichter mannigfaltigung / Theilung wie nicht weniger Außziehung der gevierdten vnd Cubischen Wurtzeln / allen Rechenmeistern / Ingenieuren / Bawmeistern und Landmessern / vber die maß dienlich. Erstlich 1617. In lateinischer Sprach durch Hr. Johann Nepern / Freyherrn in Schottland beschrieben / nacher auß anleytung / des hochgelehrten weitberühmten Herrn D. Beyern durch Franz Keßlern zu Werk gericht. In kurtz verfaßt / vnd zum Truck gefertigt Straßburg bei Nik. Wyriot. In verlegung bei J. v. der Heyden Calcographum 1618.

[4]) Rabdologiae seu numerationis per virgulas libri duo: cum Appendice de expeditissimo Multiplicationis Promptuario. Quibus accessit et Arithmeticae Localis Liber unus. Authore et Inventore Joanne Nepero, Barone Merchistonii etc. Scoto. Edinburgi. Excudebat Andreas Hart 1617. Liber primus. cap. I. De Fabrica et Inscriptione Virgularum S. 2 ff.

dratische, bewegliche Stäbchen, welche mit den Vielfachen der einfachen Zahlen beschrieben sind, um die schwierigeren Operationen der niederen Arithmetik leicht ausführen zu können. Sie werden aus Silber, Ebenholz, Buchs oder ähnlichem soliden Material verfertigt, entweder 10, oder 20, oder 30. Sie sind alle von der gleichen Länge, ungefähr der Dicke von 3 Fingern. Die Breite eines jeden ist der zehnte Teil der Länge, so daß sie bequem 2 arithmetische Figuren aufnehmen kann, die Tiefe ist der Breite gleich.

Der erste deutsche Autor, der nach Anleitung des berühmten Mathematikers Dr. Beyer darüber schreibt, Keßler (S. 132 unten), spricht sich in seiner Beschreibung der Herstellung der Stäbchen über den Stoff derselben, die Länge, Breite und Tiefe nicht näher aus, sondern verweist auf die 30 Figuren, die im 3. Folium seiner Schrift stehen, aber in dem beigezogenen Exemplar sich nicht finden. Er sieht von dem kostbaren Material bei Neper ab und verlangt, daß die Stäbchen mit Papier umwickelt werden, worauf dann die Ziffern einzutragen sind. „Nimb die 30 Figuren und beschneide sie genaw umbher alles vbrige Pappir davon / lasse dir alßdann 30 viereckige Stäblein machen nach der Länge und Dicke wie die Figuren anzeigen vndt die nothdurfft erfordert / also daß man die beschnittenen Figuren darumbwickle / vnd auch die vier seytten deß Stäbleins (wie auch unten vnd oben) just bedecken / verstehe / daß auff allen seitten deß Stäbleins Ziffern vnd Zahlen synd."

Meine 10 Stäbchen sind aus Buchs, mit einem feinen gelben Firnis bestrichen, haben eine Länge von 65 mm, Breite 5 mm. Oben enden sie in einem Zäpfchen von 5 mm Länge, das wohl die Krone sinnbilden soll, die Keßler über der obersten Hauptziffer jedes Stäbchens anbringt, wonach er jedes benennt. Sie sind auf Holz beschrieben.

Die weitere Anleitung zur Linierung und Einschreibung der Stäbchen lautet in der Rabd. in freier Übertragung aus dem Latein: Die 4 Seiten jedes Stäbchens liniere man im rechten Winkel so genau, daß alle, auf welche Weise man sie verbinden mag, gleichsam als ebene Fläche erscheinen. Man teile ihre Länge in 10 gleiche Teile, aber so, daß 9 volle Teile aufeinanderfolgen, die Hälfte des 10. Teils aber am oberen Ende, die andere am untern Ende angefügt wird. Darauf ziehe durch die einzelnen Teilpunkte gerade Linien, welche die einzelnen Felder der Stäbchen in 9 kleine, freie Quadrate zerlegen mit Ausnahme der obern und untern halben. Im Schnittpunkte dieser Geraden mit dem Rande ziehe man die Diagonalen von links nach rechts, wie es im Schema zu sehen ist.

Nun sind die Stäbchen zum Einschreiben der Ziffern bereit. Keßler behält dieselbe Einteilung bei. Bei meinen Stäbchen ist eine Vereinfachung vorgenommen, indem jedes derselben in 10 gleiche Quadrate geteilt wurde, die halben Quadrate unten und oben fallen weg, da die Einschreibung etwas anders ist.

Bezüglich dieser lautet die Nepersche Anweisung:

Die erste Ziffer, welche in das erste Quadrat eines jeden Stäbchens einzusetzen ist, muß auf dem rechten Dreieck eingetragen werden und eine einfache Zahl sein. Die auf dem zweiten Quadrat einzutragenden Zahlen sind das Doppelte der ersten, auf dem dritten das Dreifache u. s. w. bis zum Neunfachen. Wenn 2 Zahlen einzuschreiben sind, wird die rechte (Einer) rechts, die linke (Zehner) links eingetragen. Ferner ist zu bemerken, daß die 3. Seite jedes Stäbchens der 1. gegenüber steht, die 2. der 4., und zwar so, daß die auf diesen Seiten stehenden Einheiten sich nicht nur so gegenüber stehen, daß die eine oben, die andere unten, oder die eine rechts, die andere links sich befindet, sondern, daß die eine an der Spitze des Stäbchens, die andere am Ende die Einfachen zeigt und daß die Summe dieser sich gegenüber stehenden Einer immer 9 ausmacht. Jene Ziffern, deren Zahlen immer die Summe 9 geben, heißen wir „Oppositos", weil sie sich allein in den Stäbchen gegenüberstehen.

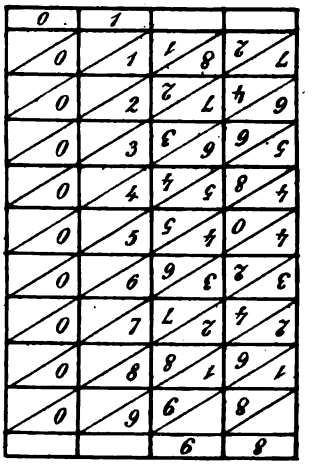
Im Besonderen verhält sich die Einschreibung der Stäbchen folgendermaßen: „In dem untern und rechten Teil eines jeden Quadrates der ersten Seite des 1., 2., 3., 4. Stäbchens schreibe man die Ziffer 0. Hierauf drehe man diese Stäbchen um (und zwar so, daß was früher die Spitze, jetzt das Ende ist) und schreibe auf die Einzelnen 9 nebst seinem Vielfachen, nach der oben erwähnten allgemeinen Methode. Hierauf schreibe man in ähnlicher Weise auf die zweite Seite des ersten Stäbchens, sowie auf die 1. Seite des 5., 6., 7. die Einheit nebst dem Vielfachen, also 1, 2, 3, 4 etc. in aufsteigender Ordnung. Darauf wende man die Stäbchen um und schreibe in die einzelnen Felder 8 nebst seinem Vielfachen. Dann wird auf die 2. Seite des 2. und 5. Stäbchens und auf die erste Seite des 8. und 9. Stäbchens 2 mit seinem Vielfachen geschrieben. Darauf drehe man diese Stäbchen und beschreibe die einzelnen Felder mit 7 und seinem Vielfachen. Auf die 2. Seite des 3., 6., 8. und auf die 1. Seite des 10. Stäbchens ist 3 mit dem Vielfachen zu schreiben. Endlich schreibe auf die 2. Seite des 4. und 10. Stäbchens 4 mit dem Vielfachen und, nachdem man die Stäbchen umgewendet, 5 mit seinem Vielfachen.

Das Schema des ersten Stabes bei Neper hat folgende Ansicht:

Figur 1.

1. Stab.

4 Seiten.



Der zweite Stab hat auf den 4 Seiten die Vielfachen von 0, 2, 9, 7.
„ dritte „ „ „ „ 4 „ „ „ „ 0, 3, 9, 6.
„ vierte „ „ „ „ 4 „ „ „ „ 0, 4, 9, 5.
„ fünfte „ „ „ „ 4 „ „ „ „ 1, 2, 8, 7.
„ sechste „ „ „ „ 4 „ „ „ „ 1, 3, 8, 6.
„ siebente „ „ „ „ 4 „ „ „ „ 1, 4, 8, 5.
„ achte „ „ „ „ 4 „ „ „ „ 2, 3, 7, 6.
„ neunte „ „ „ „ 4 „ „ „ „ 2, 4, 7, 5.
„ zehnte „ „ „ „ 4 „ „ „ „ 3, 4, 6, 5.

Auf jedem Stäbchen bildet die erste Zahl der 1. Seite und die letzte der 3., sowie die erste Zahl der 2. Seite und die letzte der 4. die Summe 9.

Diese Verteilung der Vielfachen jeder Zahl auf die 4 Seiten jedes Stäbchens und die 10 im Gesamten hat Neper auf Grund reiflicher Überlegung vorgenommen.

1. Auf den Stäbchen kommt jede Einheit mit ihren Vielfachen 4 mal vor: 0 auf dem 1. 2. 3. 4. Stab; 1 auf dem 1. 5. 6. 7. Stab; 2 auf dem 2. 5. 8. 9. Stab; 3 auf dem 3. 6. 8. 10. Stab; 4 auf dem 4. 7. 9. 10. Stab; 5 auf dem 4. 7. 9. 10. Stab; 6 auf dem 3. 6. 8. 10. Stab; 7 auf dem 2. 5. 8. 9. Stab; 8 auf dem 1. 5. 6. 7. Stab; 9 auf dem 1. 2. 3. 4. Stab.

2. Dadurch trägt er der praktischen Anwendbarkeit Rechnung. Will man eine bis 10 stellige Zahl multiplizieren oder dividieren wie unten gezeigt wird, so kann man dies leicht, wenn in derselben die gleichen Zahlen nicht öfter als 4 mal vorhanden sind. Es liegen die verschiedenen Vielfachen nicht weit auseinander, was die praktische Handhabung erleichtert. Würden die Vielfachen

der Reihenfolge nach eingetragen sein: 0, 1. 2, 3. 4. 5—9. so würde dies eine viel umständlichere Zusammenstellung der Stäbchen nötig machen, wenn man mit gegebenen Zahlen in ihrer Mannigfaltigkeit die Operation des Multiplizierens und Teilens vorzunehmen hat.

„Mit diesen Stäbchen kann man jede Zahl, die weniger als 5 Einser hat, darstellen, oder eine 8 stellige Zahl, die nur zweierlei Ziffern hat, oder eine 10 stellige, die nur dreierlei Ziffern hat. Will man mit noch mehrstelligeren Zahlen rechnen, muß man nochmal 10 Stäbchen haben. Wenn man 30 Stäbchen benutzen will, kann man mit jeder Zahl rechnen, die weniger als 13 gleiche Ziffern enthält." „Damit man die Stäbchen leichter auseinanderkennt. schreibt man den Einer, welcher auf dem ersten Quadrat jeder Seite steht, auf die Spitze des Stäbchens der betreffenden Seite."

Sehr summarisch spricht sich Keßler über die Einschreibung der Stäbchen aus, wohl mit Bezug auf die beigefügten Abbildungen (die leider nicht zu finden). Es ist anzunehmen, daß er die Stäbchen in gleicher Weise beschreibt wie Neper. obwohl dieser ausdrücklich anführt, „daß dies auch in anderer Weise geschehen kann." Er erwähnt nur, daß jedes Stäbchen die 8 geringsten Vielfachen der Zahlen untereinander vor Augen führt, z. B. 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21. 24, 27. Ebenso ergeben die nebeneinander gelegten Stäbchen die Vielfachen. Also wenn Stab 3 und 4 nebeneinanderliegen: 34, 68, 102, 136, 170, 204, 238, 272, 306 etc.

Meine Stäbe behalten das Prinzip Nepers bei, sind aber umgestaltet. Sie haben auch auf jeder Seite 10 Quadrate, das 10. ist aber nicht geteilt und unbeschrieben. Eine eigene Bezeichnung. ob es der Einer-, Zweier-, Dreierstab etc. ist, erscheint auch überflüssig, die oben angegebene Zahl ergibt dies ohnehin. Auf meinen Stäbchen ist die 3. und 4. Seite nicht umgekehrt mit den Vielfachen eingeschrieben, sondern alle Vielfachen gehen von oben nach unten. Dadurch ist das nötige Umwenden vermieden. Auch die Vielfachen sind andere.

Der Einerstab hat die Vielfachen von 0, 1, 9, 8;
„ Zweierstab „ „ „ „ 0, 2, 9, 7;
„ Dreierstab „ „ „ „ 0, 3, 9, 6;
„ Viererstab „ „ „ „ 1, 4, 8, 5;
„ Fünferstab „ „ „ „ 3, 4, 6, 5;
„ Sechserstab „ „ „ „ 3, 8, 6, 1;
„ Siebenerstab „ „ „ 7, 1, 2, .;

und auf einer Seite die Quadratzahlen 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81;

Der Achterstab hat die Vielfachen von 1, 4, 8, 5;
„ Neunerstab „ „ „ „ 0, 5, 9, 4;
„ Zehnerstab „ „ „ „ 0, 4, 9, 5.

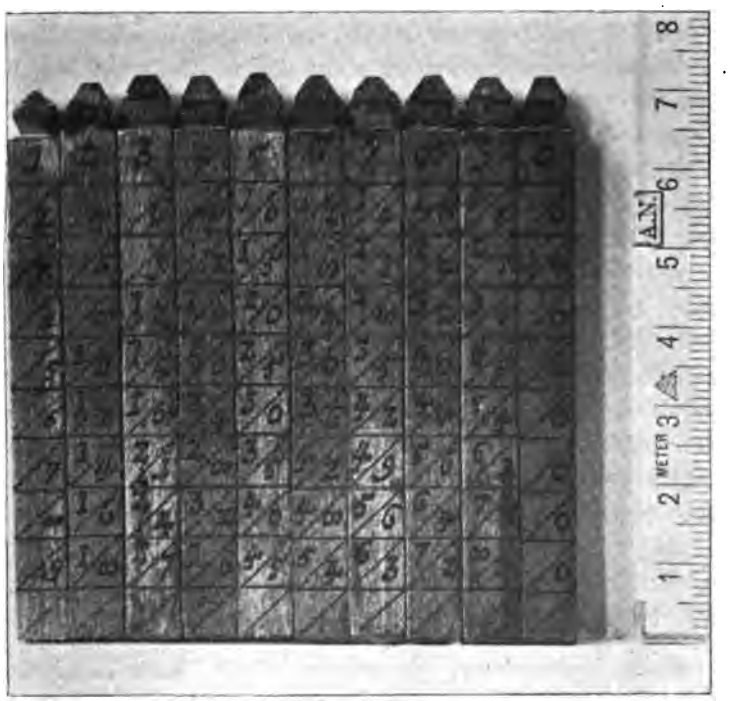
Wie Neper in seiner Anleitung erklärt, können auch andere einfache Zahlen mit ihren Vielfachen eingeschrieben werden.

Das ist hier geschehen. Es findet sich 0, 5 ×; 1 mit dem Vielfachen 5 ×; 2 mit d. V. 2 ×; 3 mit d. V. 3 ×; 4 mit d. V. 5 ×; 5 mit d. V. 4 ×; 6 mit d. V. 3 ×; 7 mit d. V. 2 ×; 8 mit d. V. 4 ×; 9 mit d. V. 5 ×. Eine Ausnahme macht der 7. Stab, welcher auf einer Seite die Quadratzahlen von 1—9 enthält. Bei Neper wird für diese ein eigener Stab benutzt, ebenso für die Kubikzahlen. Letzterer fehlt hier. Die Vielfachen sind aber auch hier so verteilt, daß die Zahl des 1. und 3. obersten Quadrates, sowie des 2. und 4 eines jeden Stäbchens die Summe 9 gibt. Dem praktischen Bedürfnis wird man auch bei dieser Änderung der Vielfachen in den meisten Fällen gerecht werden können.

Auf der Basis jedes Stäbchens steht eine Zahl, welche die Reihenfolge bezeichnet: 2 = Zweierstab, 7 = Siebenerstab usw., so daß man also nicht lange nach dem Nötigen zu suchen hat.

Figur 2.

Abbildung meiner Original-Stäbchen.



Die nebeneinander gelegten Stäbchen zeigen eine Seite ihrer Oberfläche. Sie haben 4 beschriebene Seiten und sind in natürlicher Größe abgebildet.

Weitere Anweisung über die Aufbewahrung der Stäbchen gibt Keßler, während Neper davon nichts erwähnt.

„Nimb die Stäblein vnd lasse dir darzu machen eine Lade in gestalt der Goldwag Lade / daß die Stäblein darinn eingesenkt liegen wie die Gewichter in der Goldwag Lade / doch daß sie nicht von einander geschieden seyn / Sondern alle bey einander ligen Lasse dir auch ein Schalterlein machen vngefährlich eines Daumens breit / vnd so lang wie die Stäbelein / dieses soll neben den Stäbelein seyn / vnnd mit einer Feder gespannen / vnnd dienen / wann du die Stäblein brauchest / vnd etliche in der Laden legest / sie damit zusammen zu rucken vnd zu halten / daß sie recht liegen / biß man sie abgeschrieben hat.

Die Figur dabei stehet / Leger Zahl des Legerbrettleins / soll neben die Stäblein zur Linken Hand auff der Laden vest auffgeleimt seyn."

Von andern Rechenschriftstellern, die sich mit dieser Erfindung beschäftigen, seien Heckenberg[1]) und Wolff[2]) erwähnt. Ersterer geht von der Tabula Pythagorica aus und verlangt, daß die einzelnen Kolumnen abgeschnitten und auf bewegliche Hölzlein geleimt werden. Aber dadurch erhält er nur einmal die Reihen der Vielfachen von 1—9. Weiteres Gewicht legt er nicht darauf, denn bei ihm ist die Hauptsache das Rechnen mit den vielen angefügten ausgerechneten Progressions-Tabellen. Die Quadrate teilt er nicht durch Diagonalen. weist aber auf Nepers Einteilung hin. Wolff erwähnt in seinem Lexikon S. 233 die Stäbchen unter dem Titel Bacilli Neperiani. In seinen Elementa schreibt er auch deren Herstellung aus Messing. Holz oder festem Papier. Auch er sagt nichts davon, daß die Stäbchen auf den 4 Seiten zu bezeichnen sind und begnügt sich offenbar auch mit einer Seite, wodurch aber der Gebrauch sehr beschränkt ist. Bei ihm tritt schon unser heutiges Multiplikations- und Divisionsverfahren mehr in den Vordergrund. Er hat wie aus der Abbildung S. 116 zu ersehen ist, 10 Stäbchen für die Vielfachen von 0—9 und einen besonderen Einerstab. Die Diagonalen zieht er in jedem Viereck von rechts unten nach links oben, also umgekehrt wie Neper und Keßler. Die Breite und Dicke der einzelnen Objekte ist bei ihm 1 Teil von den 9 der Länge. Über jedem ist ein Knöpfchen angebracht, das wohl eine

[1]) Petro Heckenberg, Compendium Calkuli, Worin arithmetika und geometria ohne weitläufftiges multipliciren und dividiren .. gezeigt wird. Hildesheim 1678.

[2]) Christian Wolff, Mathematisches Lexikon, Leipzig 1716. — Elementa Matheseos universae. Teil: Elementa Arithmeticae § 113—115 u. 119.

Krone versinnbilden soll nach dem Vorgange Keßlers. Von der eingehenden Belehrung über die Einschreibung, wie sie der Erfinder gibt, steht hier nichts. Die Bedeutung dieses Rechenmittels nimmt eben ab, je weiter das Schulrechnen fortschreitet.

II. Das Rechnen mit den Stäbchen.

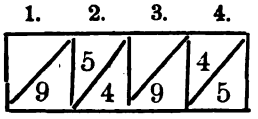
Wie sind diese zu legen, wenn man damit rechnen will?

Neper erklärt dies in cap. II: De numerorum ad virgulas applicatione et contra S. 10 f. an mehreren Beispielen.

„Gegeben ist die Zahl 1615, diese soll mit ihren Vielfachen gesucht werden. Man sucht Stäbchen, die an der Spitze 1, 6, 1, 5 tragen; dann zeigen diese auf den folgenden Quadraten das Zweifache, Dreifache bis zum Neunfachen. Durch die Diagonalen zerfallen die Quadrate in Rhomben; wenn in diesen Rhomben zwei Ziffern stehen, müssen die beiden addiert werden."

Das Ablesen der Summe der Vielfachen wird aus der Zeichnung klar. Z. B. das 9fache von 1615. Auf den Stäbchen steht in den 4 Quadraten der 9. Reihe von oben:

Figur 3.



Gelesen wird:

$$\begin{aligned} &\overline{5} \\ 4 + \overline{9} &= 13 = \underline{3} \\ 4 + 1 &= \underline{5} \\ 9 + 5 &= \overline{14} \\ &\text{also } 1\overline{4}535 \end{aligned}$$

Das soll heißen: Die Zehner werden immer zur nächsten Stelle gezählt.

Keßler wendet ein besonderes Legebrettlein für die Stäbchen an und links auf demselben einen eigenen Legestab, auf dem nur die Einheiten von 1—9 in größerer Schrift stehen. Dieser Stab ist aufgeleimt.

Über das Legen der Stäblein spricht er im gleichen Sinn wie Neper, ebenso über das Ablesen der Vielfachen. Bei meinen Stäben fehlt nicht bloß das Legebrettlein, sondern auch ein besonderer Legestab. Wenn man auch auf jeder Fläche diese Stäbchen bequem auflegen und damit hantieren kann, hat doch der Deutsche praktischer als der Engländer gedacht: Durch den befestigten Einerstab ist man des Suchens nach demselben enthoben, freilich kann er zu weiteren Diensten nicht verwendet werden. Diese kleinen Dinger werden ferners in einem festen Gehäuse zusammengehalten und leichter erhalten.

1. Multiplizieren.

Im cap. III: De Multiplicatione S. 15 erklärt Neper das Verfahren an Beispielen.

Die Aufgabe, wie viel Tage 1615 Jahre sind, wird so erläutert:

Man multipliziere mit 365. Zuerst lege die Stäbchen 1, 6. 1, 5 auf, dann lies das 3, 6, 5fache ab, das du auf den Stäbchen findest, schreibe dieses und addiere es:

(Anschreibung, wenn man zuerst mit Hunderten, dann mit Zehner und Einer multipliziert.)

365
4845
9690
8075
589475

oder:

(Umgekehrt)

365
8075
9690
4845
589475

Dasselbe kommt zustande, wenn man 1615 schreibt (als Multiplikator) und 365 (als Multiplikand) auf den Stäbchen herstellt.

1615
0365
2190
0365
1825
589475

Im zweiten Falle ist demnach das 1, 6, 1, 5fache von 365 von den Stäbchen abzulesen und zu schreiben.

Über das Anschreiben der Vielfachen, das Einrücken oder Herausrücken, wenn man mit Zehnern, Hundertern, Tausendern multipliziert, wird nähere Anweisung gegeben.

Schließlich wird in Versen das Verfahren zu Einprägung angegeben.

In der gleichen Weise aber umständlicher und genauer erklärt Keßler die „mannigfaltigung".

„I. Die grössere Zahl / welche gemultipliciert soll werden / lege mit denen Stäblein auffs Legebrettlein.

II. Die andere Zahl / mit welcher du die erste oder grössere mannigfaltigen sollst /. Schreibe vor dich auff Papier oder Rechentafel = vnd ziehe eine Linien darunder.

III. Diese Zahl / nemblich des Multiplicantus, eine jedwedderen Ziffer suche absonderlich auff dem linken Randt deß Legerbrettleins: Vnd die Zahl / welche du auff den Stäblein daneben findest / zeichne herauß / von der rechten Hand gegen der linken verfahrent: Vnd vnterschreib eine jede Ziffer deß Multiplicantis, die Ortziffer jhrer Sum / von der Rechten zu der Linken.

IV. Diese sume Addier: So kompt das gesuchte product.

Zum Exempel: Multiplicier 496 durch 78.

Hier lege 496 mit den Kronziffern / der Stäblein / auffs Legebrettlein / darnach schreibe die 78 vor dich auff die Rechentafel / mit vnterzogener linien / Fürs dritte setze vnder 8 die summ der Stäblein / so neben der Leger Zahl 8 gefunden wird / ist dieß mahl 3968 auch vnder 7 die summ dero Legerzahl 7 stehende Zahl 3472 / letzlich addir diese beyden summen zusammen: so findestu das product 38688. Auf der Rechentafel steht:

Stehet also
78 Multiplicans
3968
3472
38688 product."

Im ganzen 17. und 18. Jahrhundert hat man in dieser Weise die Stäbchen zum Multiplizieren größerer Zahlen benutzt.[1]) Noch Ende des 18. Jahrhunderts erklärt Busse[2]) und Heynatz[3]) den Gebrauch ebenso. Da die Gewandtheit im Multiplizieren vielfach fehlte, war dies ein Notbehelf für viele und ein Erleichterungsmittel zu einem schnelleren Verfahren.

Das Charakteristische bei diesem Rechnen liegt demnach darin:

1. daß man den Multiplikanden auf den Stäbchen herrichtet und zwar so, daß die einzelnen Ziffern derselben in der gegebenen Reihenfolge erscheinen. Man hat also die betreffenden Stäbchen auszuwählen.

2. Der Multiplikator wird auf ein Blatt oder eine Tafel geschrieben, ebenso jedes Vielfache des Multiplikanden, das man nur abzulesen braucht.

3. Das Anschreiben der Vielfachen untereinander richtet sich darnach, ob man mit Einern, Zehnern, Hundertern, Tausendern etc. multipliziert, wornach sich das Einrücken gegenüber dem 1. Produkt richtet.

4. Die Produkte, die nun auf der Tafel stehen, werden addiert, wodurch man das Hauptprodukt erhält.

Es ist ersichtlich, daß man sich auf diese Weise nur das Multiplizieren selbst erspart. Wenn man große Zahlen zu multiplizieren hat, ist dies ja auch eine zeitraubende Arbeit, weshalb man heute noch komplizierte Rechenmaschinen benutzt, die bei

[1]) Heckenberg u. Wolff (s. o.) zeigen es in derselben Weise.

[2]) Gottlieb Busse am Philanthropin in Dessau 1779, an der Bergakademie in Freiburg 1801: Gemeinverständliches Rechenbuch für Schulen Leipzig 1797 und Anleitung zum Gebrauche des Rechenbuches Leipzig 1797.

[3]) Heynatz, Ausführliches Rechenbuch. 4. Aufl. Berlin 1819. S. 62 Über Nepersche Rechenstäbe.

Zinseszinsberechnungen, in Rentenanstalten, statistischen Ämtern, bei astronomischen, technischen Berechnungen etc. eine schnelle Ausrechnung ermöglichen.

Aber auch in Schulen hat man dieses Rechnen angewendet: denn Schulmänner wie Wolff, Busse, Heynatz etc. haben es in ihre Lehrbücher aufgenommen.

Ein ähnliches solches Werk, das aber nirgends auffindbar war, schrieb Stritter:[1]) „Anweisung zu den Neperschen Stäblein 1748." Er war Rektor und Scholarch zu Idstadt.

2. Dividieren.

cap. IV der Rabdologie. De Divisione. S. 18 f. Es wird das Beispiel gerechnet: 589475 : 365. Der Devisor 365 wird in den Stäbchen aufgelegt, das heißt, es wird der Stab, dessen oberste Ziffer 3, ein zweiter, dessen oberste Ziffer 6, ein dritter mit 5 nebeneinander gelegt. Nun kann man die Vielfachen von 365 sehen und es beginnt das Vergleichen mit dem Dividenden, um zu finden, wie oft der Divisor enthalten ist. Der Dividend wird auf Papier geschrieben und schließlich findet sich auf demselben folgende Division:

```
  182
   54\
224\\\
589475 (1615
365
2190
  365
  1825
```

Erklärung: Aus den Vielfachen des Divisors 365 auf den Stäbchen ergibt sich, daß derselbe in den 3 ersten Stellen von links des Dividenden, 589, nur 1 mal enthalten ist, denn das Zweifache zeigen die Stäbchen mit 730 an. Der Quotient 1 wird rechts neben dem Bogen geschrieben, der Divisor 365 unter 589, damit man den Rest leicht findet. Dieser ist 224 und kommt über den Dividenden zu stehen. Nun folgt die zweite Division. Der zu dividierende Rest und die nächste Stelle des Dividenden 4 gibt 2244. Ein Blick auf die Stäbchen zeigt, daß das 6 fache des Divisors 365 die Zahl 2190 beträgt, während das 7 fache schon 2555 ist. Also ist der Quotient 6, der wieder rechts geschrieben wird. Das 6 fache = 2190, kommt wieder unten zu

[1]) Angezeigt in der Lebensbeschreibung Stritters in: Allgemeine Bibliothek für das Schul- und Erziehungswesen in Deutschland. 5. Bd. 1. Stück 1777. Nördlingen, Beck. S. 279.

stehen. Nun folgt Subtraktion 2190 von dem oben stehenden Dividenden 2244. Damit man den jedesmaligen Dividenden richtig zusammenliest, sind Striche angebracht. (Bei Neper nicht.) Es ergibt sich als neuer Rest, der wieder über den vorigen aber rechts geschrieben wird, mit der nächsten Stelle 7 des Dividenden der neue Dividend 547. Die 3. Division ergibt im Hinblick auf die Vielfachen in den Stäbchen als Quotient 1. Der Divisor wird wieder unten angebracht und es erfolgt die Subtraktion von den oben stehenden 547, die als Rest 182 zeigt. Mit der letzten Stelle im Dividenden heißt der letze Dividend 1825. Die Vielfachen auf den Stäben zeigen, daß 1825 das 5 fache des Divisors ist, also Quotient 5. 1825 wird wieder unten geschrieben. Der Vergleich mit dem letzten Dividenden weist keinen Rest auf. Der Quotient ist also: 1615.

Diese nicht leichte Divisionsform ist das sogenannte „Übersichdividieren", welches schon im 16. Jahrhundert bei den Rechenmeistern vorkommt und im 17. und 18. Jahrhundert noch auftritt, wenn auch immer seltener. Heinrich Braun, der bayerische Schulorganisator, wendet in seiner Rechenkunst noch 1770[1]) nur diese Art zu Dividieren an. Welche Schwierigkeit das Lehren des Dividierens damals in den Schulen machte, läßt sich leicht ermessen. Neper wendet nicht einmal die sonst zu seiner Zeit gebräuchliche Weise um Irrungen zu vermeiden an, daß er die außer Gebrauch gesetzten Ziffern im Verlaufe der Operation ausstreicht.

Sehr gründlich, aber umständlich, beschreibt Keßler in seinem Schriftchen „die Teilung".

I. Lege den Theiler / mit den Stäblein auffs Legebrett.

II. Die andere Zahl die getheilt soll werden schreibe auff dein Rechentafel: vnd ziehe zwo Parallellinien nächst dieser Zahl her / zwischen welche die Quotienten zu schreiben.

III. Suche den Dividendum, So weit jhme der Theiler berührt / vnder denen Zahlen der gelegten Stäblein vnd wann du jhn nicht eben just findest / so nehme die nechste ringere Zahl / schreibe sie vnder den Special Dividendum, vnderziehe auch eine linie / vnd subtrahir die gefundene Zahl vom obstehenden Dividendo, vnd verzeichne den Rest vnder die querlinie.

IV. Die Ziffer auf dem Randt deß Legebrettleins / neben der

[1]) Anfangsgründe der Rechenkunst. Zum Gebrauch der deutschen Schulen herausgegeben auf churfürstl. höchsten Befehl für die V. Klasse der Kinder. München 1770 bey J. N. Fritz.

gefundenen Zahl / ist der Quotient: den schreib zwischen die zwoo Parallellinien / gerad vber die letzte Ziffer deß Special dividendi.

V. Bey den Rest / vnder der letztgezogenen linien / gegen der rechten Hand / setze die eine nachfolgende Ziffer deß general dividendi, vnd diesen special dividendum / suche vnder denen Zahlen der Stäblein / die findliche Zahl vnderschreibe / ziehe eine scheytlinie / subtrahir / den Rest setz vnder die scheytlinie / vnd den Quotienten auffen Randt des Legebrettleins / zeichne an seinen gebührenden ort: allerdings wie bey dem ersten glied der Theilung beschehen.

Diesen Prozeß continuire / so lang im general dividenden etwas zu theilen vbrig ist.

Zum Exempel.

Dividiere 64795522 durch 9658.

Quotient		6	709
Dividend	64	795	522
	57	948	
	6	847	5
	6	760	5
		86	922
		86	922

Darauf zeigt er an dem Beispiel 9876545 : 364 wie der Rest am Schlusse zu schreiben ist.

Weiteres verweist er auf Dr. Beyers Stereometrie und Simon Stevins „newer practic".

Bei Keßler finden wir dieselbe Art der Benutzung der Stäbchen zum Dividieren wie bei Neper. Im Gegensatz zum Multiplizieren, bei welchem der Multiplikand auf den Stäbchen dargestellt und der Multiplikator geschrieben wird, findet hier die kleinere Zahl, der Divisor, auf den Stäbchen seine Darstellung und der Dividend wird geschrieben. Das ergibt sich aus der Natur des Dividierens selbst; denn aus den Vielfachen des Divisors kann man ersehen, wie oft er im Dividenden enthalten ist. Aber die schriftliche Weise des Dividierens ist bei Keßler eine andere, es ist schon unsere Divisionsform, das „Untersichdividieren". Wie an obigem Beispiel zu ersehen, schreibt er die Vielfachen des Quotienten unter den Dividenden, sucht den Rest und stellt den neuen Dividenden aus dem Rest und der nächsten Stelle her. Das Untersichdividieren wurde zum erstenmal von Tartaglia[1]) angewendet,[2]) aber es fand nur

[1]) Nikolaus Tartaglia: General tratatto di numeri et misure etc. 1556.

[2]) Auch die Araber sollen es schon gekannt haben: S. 233: M. Sterner, Geschichte der Rechenkunst. München. Oldenbourg 1891.

langsam seine Verwendung in der Arithmetik. Daß Dr. Beyer und Keßler sie schon für die einfachere und leichtere Form ansehen, ist ein Beweis ihres durchdringenden Verständnisses und ihrer Vertrautheit mit der Literatur ihrer Zeit.

Heckenberg und Wolff lehren das Dividieren mit den Stäbchen in der gleichen Weise wie Keßler.

Mit diesen muß sich ebensogut bei Dezimalbrüchen multiplizieren und dividieren lassen, wie mit ganzen Zahlen, denn ihnen liegt ja auch das Zehnersystem zugrunde. Wenn demnach z. B. auf den Stäbchen von 243 das Sechsfache abgelesen wird und 1458 ergibt, so ist das Sechsfache von 2,43 das gleiche Produkt 1458, nur sind dies nicht lauter Ganze, sondern 14,58.

Während Keßler das Kapitel des Multiplizierens und Dividierens mit Dezimalbrüchen nicht behandelt, enthält aber die Rabdologie beim Dividieren auch dieses Rechnen. Aber sicherlich ist es nicht Unwissenheit, was ersteren zum Weglassen veranlaßt, sondern die gebotene Beschränkung des Stoffes. Hat ja Dr. Beyer, Arzt zu Frankfurt am Main, derselbe berühmte Mathematiker, nach dessen Anleitung Keßler seine Schrift herausgab (s. S. 133) zum erstenmal in Deutschland über die Dezimalbrüche geschrieben in seinem Werke: Logistica Decimalis 1619. Er schreibt den Dezimalbruch $123{,}459872° = 123°\ \overset{\text{I}}{4}\ \overset{\text{II}}{5}\ \overset{\text{III}}{9}\ \overset{\text{IV}}{8}\ \overset{\text{V}}{7}\ \overset{\text{VI}}{2}$ Zoll.[1]) Nach Villicus[2]) gab Simon Stevin 1548—1620 in Brügge die erste zusammenhängende Lehre über die Dezimalbrüche in einer kleinen Schrift: La Disme (der Zehnte) 1585 heraus. Er setzte an Stelle des Dezimalkommas eine mit einem Kreise umschlossene Null. Die Dezimalen werden mit eingeklammerten Ziffern in der Reihe der natürlichen Zahlen bezeichnet, z. B. 34,7605 schreibt er:

⓪	(1)	(2)	(3)	(4)
34	7	6	0	5.

Dr. Beyer hat sich demnach in der Schreibweise nach Stevin gerichtet. Nicht so Neper.

Merkwürdigerweise tritt bei ihm schon das Dezimalkomma auf.[3]) Ob er der Erfinder ist, läßt sich hier nicht näher untersuchen; jedenfalls aber ist auf S. 298 in Sterners Geschichte der Rechenkunst die Frage, ob Adrian Metius („Handbuch der prakt. Arithmetik u. Geometrie" 1646, worin nebst den Stückrechnungen oder der Rutenlehre des J. Neper kurz und deutlich das

[1]) Sterner, S. 296/97.
[2]) Villicus, Geschichte der Rechenkunst. Wien, Gerold. 1891. S. 100.
[3]) Rabdologie S. 22.

für Erdmesser und Ingenieure Notwendige zusammengestellt ist. und wo bei einem Beispiel zum erstenmal das Dezimalkomma erscheint —) der Erfinder desselben sei, mit Nein zu beantworten. Er hat die Rutenlehre Nepers aufgenommen, hat bei ihm die Anwendung des Dezimalkommas gesehen und dann auch angewendet. Neper hat also jedenfalls mehr Anrecht als Metius, als Erfinder des Dezimalkommas zu gelten — eine neue Entdeckung zum Ruhme des großen Mathematikers.[1])

In dem Abschnitt: Admonitio pro Decimali Arithmetica. Seite 21 f., verweist Neper auf den berühmten Mathematiker Simon Stevinus, der die Dezimalbrüche in seiner Decimali Arithmetica erfunden hat.

Er berechnet dann die in einem vorausgehenden Beispiel gezeigte Division, wobei ein Schlußrest bleibt:

$$861094 : 432 = 1993\,\frac{118}{432}$$

nun mit Dezimalen. Die Herbeiziehung der Stäbchen ist die gleiche. wie bei dem Beispiel mit ganzen Zahlen S. 142, auch die schriftliche Berechnungsform des Übersichdividierens. Das Beachtenswerte und Neue ist nur der wahrscheinlich erstmalige Gebrauch des Dezimalkommas.

Auf der Tafel steht nach vollendeter Division des Beispiels 861094 : 432 folgende Rechnung:

```
          64
        136
       316\ \
     118,000
    141
   402 \
 429\ \ \
861094,000 (1993,237
432
3888
 3888
  1296
 ------
   864
   3024
    1296
```

Die Striche sind in der Rabdologie nicht angebracht, sondern von mir zum leichteren Verständnis ergänzt.

[1]) Bei B. Hartmann, der Rechenunterricht, Leipzig, Kesselring 1904, findet sich S. 42 die Bemerkung: „Das Dezimalkomma soll Keppler (1571—1630) eingeführt haben."

Erklärung. I. Division. Es ist 861 durch 432 zu dividieren. Die aufgelegten Stäbe 4, 3, 2 zeigen das Zweifache mit 864 an, folglich ist der Quotient nur 1, der rechts neben den Bogen zu stehen kommt. 1×432 wird unter den Dividenden geschrieben, darauf subtrahiert und der Rest 429 über diesem angebracht.

II. Division. Der Rest und die nächste Stelle 0 bildet den neuen Dividenden 4290. Auf den Stäbchen zeigt das Neunfache die nächste Zahl 3888, also ist der Quotient 9, der wieder rechts zu stehen kommt. Das 9fache wird unten geschrieben und von 4290 subtrahiert. Der Rest ist 402 und kommt wieder über den Hauptdividenden mit Einrückung um 1 Stelle zu stehen.

III. Division. Rest 402 und die nächste Stelle des Hauptdividenden sind 4029. Die Stäbe zeigen das dem Dividenden nächste Vielfache mit 3888 an; es ist das 9fache, folglich 9 der nächste Quotient, der rechts geschrieben wird. Die Subtraktion erfolgt in der vorigen Weise, Rest ist 141.

IV. Division. 141 und die nächste Stelle 4 gibt 1414 als neuen Dividenden. Die Stäbe zeigen mit 1296 das 3fache von 432 an, also ist 3 der Quotient. Die Subtraktion bringt als Rest 118. Damit ist die Division der Ganzen beendet. An den Hauptdividenden wird eine Null angehängt und diese durch Komma getrennt. Das Gleiche geschieht oben beim Rest 118.

V. Division. Nun wird 118,0 wie bei ganzen Zahlen dividiert, d. h. 118,0 als 1180 aufgefaßt. Auf den Stäben ist das Zweifache von 432 mit 864 angegeben, also ist der Quotient 2, aber nicht 2 Ganze, sondern 2 Zehntel; deshalb ist beim Hauptquotienten das Dezimalkomma anzubringen und auf die erste Stelle 2 zu schreiben. Unten wird zum Zeichen, daß die Division mit Dezimalen beginnt, ein wagrechter Strich gezogen, darunter kommt das Zweifache mit 864, das nun von dem obenstehenden Dividenden subtrahiert als Rest 316 gibt.

VI. Division. Rest 316 und eine weitere Null beim Haupt- und der Erleichterung wegen auch beim Spezialdividenden angehängt, gibt als neuen Dividenden 3160. Auf den Stäbchen findet sich als 7faches des Divisors 3024, folglich ist 7 der Quotient, aber nur 7 Hundertel, weshalb 7 auf die 2. Dezimalstelle des Quotienten kommt. Die Subtraktion 3024 unten von 3160 oben hat den Rest 136.

VII. Division. Rest 136 und eine weiter angehängte Null gibt als Dividenden 1360. Der Quotient ist 3 Hundertel. Als Rest bleibt 64. Auf diese Weise könnte die Division fortgesetzt werden.

3. Regeldetri.

Zur Lösung der praktischen Aufgaben bediente man sich schon im 16. Jahrhundert der Regeldetri. Böschenstein[1] erklärt sie in seinem Lehrbuch 1514 so:

„Regula de Try würt genannt regula magistralis od' regula aurea, das ist ain maisterliche ordnung / oder ain guldine ordnung durch die dann alle Handel / rechnungen der gewerb vnnd aller kauffmanschatz nichts hinden gesetzt oder fünden werden mag vn haist laysch „de try" oder „de tree" dan sie helt in ihr treu stuck d' ordnung dar durch man all rechnung setzen ist. Das erst ist der kauff . . . vnd sol vornen stan. Das ander ist das gelt . . . sol miten stan. Das dritt stuck ist die frag . . vnd das sol hinden steen.

Noch merk . . man muß das hinder mit dem mitlen multiplicieren / vnd mit dem fordern diuidiren. Vnd Versus.

Item ych kauff 1 Ctr. wollen vmb 7 fl. was costen mich 29 lb. Mach den Ctr. zu pffunden vnd setz also für dich die regel:

lb.	fl.	lb.
100	7	29

Nun multiplicir 29 mit 7 / darnach diuidir mit 100 so vil costen die 29 lb. / Facit 2 fl. 6 dl. und $\frac{30}{100}$.

Ähnliche Anweisungen, auch in Versen, findet man in vielen Rechenbüchern des 16. Jahrhunderts. Ich erwähne nur noch die von Jakob[2] und Wertema von Plurs.[3]

Neper stellt nun die Rechenstäbchen auch in den Dienst des praktischen Rechnens, während Keßler dies unterläßt. Cap. IX Rabd. De Regula Trium, directa et inversa S. 38—42.

Er führt das Beispiel vor: Wenn 12 Monate 365 Tage sind, wieviel Tage sind dann 27 Monate?

Auf der Rechentafel steht:

365		27
81		730
162	vel sic	2555
135		9855
9855		

[1] Ain New geordnet Rech/enbiechlein . . . Durch Joann Böschensteyn von Esslingen priester . . . Augsburg 1514.

[2] Jacob Simon, Rechnung auf der Linie, New und wohlgeordnetes Rechenbuch. 1565.

[3] Johan Wertema von Plurs, Rechenbuch. 1593. Handschrift in hervorragender kalligraphischer Ausstattung. In meinem Besitz.

$$
\begin{array}{l}
\quad 3 \\
\quad 1 \\
2 \backslash \\
9855 \\
12 \\
96 \\
\quad 24 \\
\quad 12
\end{array}
\quad (821\frac{3}{12}
$$

Erklärung. Die Regel lautet: Multipliziere das 2. und 3. Glied und dividiere das Produkt durch das 1. Glied. Das Produkt ist das gleiche ob man 27 mit 365 oder 365 mit 27 multipliziert. Dies zeigt er durch 2 Berechnungen. I. Berechnung. Der Multiplikand ist 27, muß daher in 2 Stäbchen, die die Zahl 2 und 7 an der Spitze tragen, aufgelegt werden. Der Multiplikator wird geschrieben. Nun wird das Dreifache von 27 = 81 abgelesen und geschrieben, darauf das 6 fache mit 162, das 5 fache mit 135. Diese Produkte addiert geben die Summe 9855, das Facit.

II. Berechnung. Der Multiplikand ist 365, wird auf den Stäbchen zusammengestellt, der Multiplikator 27 geschrieben. Nun suche auf den Stäben das 2fache von 365, dann das 7fache. Beim Anschreiben ist nach rechts heraus (oder nach links hineinzurücken), je nachdem man mit Einer, Zehner oder Hunderter multipliziert hat. Die addierten Produkte geben die Summe 9855 — das gleiche Facit.

Nun erfolgt die Division des Produktes 9855 durch das erste Glied 12. Der Divisor wird in den Stäbchen hergerichtet, dann findet die Division in der oben beschriebenen Weise statt. Das Resultat $821\frac{3}{12}$ kann auch, wie bemerkt ist, in Dezimalen geschrieben werden: 821,25 oder was dasselbe ist $821\frac{25}{100}$.

Unter Inversa S. 39 wird kurz die Regel angegeben, daß man bei der umgekehrten Regeldetri die 1. und 2. Zahl multipliziert und das Produkt durch das 3. Glied teilt.

(Es handelt sich hier um Beispiele solcher Art: 5 Arbeiter brauchen zu einer Arbeit 8 Tage, wie lange brauchen 4 Arbeiter.

Wir schließen: 1 Arbeiter braucht $\frac{5 \cdot 8}{4}$ Tage = 10 Tage.)

4 „ den 4. Teil

Die Rechenmeister des 15., 16. und 17. Jahrhunderts geben in ihren Anweisungen nur an, welche Operationen auszuführen sind, eine Erklärung des „Warum“ und eine Beweisführung fehlt vollständig. So auch hier.

In den Schulen der Rechenmeister und im Geschäftsleben, bei Ein- und Verkauf hat man die Regeldetri allgemein verwendet. Gewiß auch fanden die Rechenstäbchen in den Stuben der Kaufleute sehr häufig Gebrauch, da die Gewandtheit im Multiplizieren und Dividieren mit 2- und 3stelligen Zahlen den Geschäftsleuten schon Schwierigkeiten machte. Ein Rechenknecht, der mehr bot als die Einmaleins-Tafel, war also sicher erwünscht.

Compendia Regulae Trium. S. 40.

Wenn man bei der Regeldetri mit 10, 100, 1000 etc. zu dividieren hat, kann ein gekürztes Verfahren angewendet werden, das Neper in dem Beispiel zeigt: Wenn der Durchmesser eines Kreises 10000 (was? Ruten etc.) beträgt, ist seine Peripherie ungefähr 31416; (fehlt wieder Bezeichnung) welche Peripherie hat ein Kreis von 635 (?) Durchmesser?

Auf dem Papier steht die Berechnung:

| | | |

= 188496, da aber mit 600 multipliziert wird, ist es eigentlich = 18849600. Es ist mit 10000 zu dividieren, folglich sind 4 Stellen wegzustreichen, es bleibt also 1884,9600, da er aber nur die Berechnung auf 1 Stelle will, bleibt nur 1884,9 übrig. Ebenso verfährt er beim 2. und 3. Produkt.

Um das Dezimalkomma nicht jedesmal anbringen zu müssen, zieht er einen senkrechten Strich, der dieselbe Bedeutung hat.

II. Berechnung. Hier werden alle Dezimalstellen berechnet, darum werden alle Produkte ganz ausgeschrieben addiert, schließlich wird die Division mit 10000 vorgenommen, indem 4 Stellen abgetrennt werden statt durch Komma durch den senkrechten Strich. Die Division wird erst am Schlusse vorgenommen. Die II. Berechnungsart ist klarer.

Es ist staunenswert, wie bei den alten Rechenmeistern alle unsere einfacheren Formen schon angedeutet sind, allerdings in rätselhaften Ausführungen.

4. Ausziehen der Quadratwurzel.

Dieses Gebiet wird im 16. und 17. Jahrhundert zur niederen Arithmetik gerechnet und alle Rechenmeister behandeln es in ihren Lehrbüchern für das elementare Rechnen.

Bei Neper und Keßler ist das Neue, wie sie die Rechenstäbchen hierzu verwenden.

Ersterer verlangt zunächst in caput V der Rabdologiae S. 23 u. f.: De Radicum extractione per Laminam die Herstellung der Laminae.

Es soll ein eigenes Stäbchen aus demselben Stoff und in derselben Länge und Dicke wie die anderen angefertigt werden, die Breite muß das Dreifache betragen. Auf der oberen Seite findet die Einschreibung für die Quadrat-, auf der unteren für die Kubikzahlen statt. Das Nähere ergibt sich aus der folgenden Zeichnung:

Figur 4.

pro quadrata		
0/1	2	1
0/4	4	2
0/9	6	3
1/6	8	4
2/5	10	5
3/6	12	6
4/9	14	7
6/4	16	8
8/1	18	9

Figur 5.

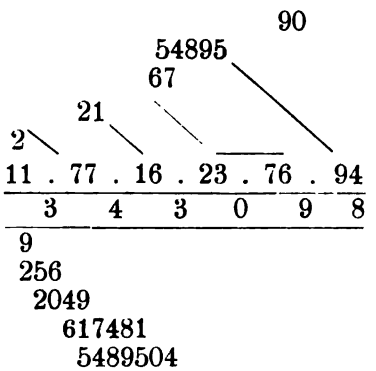
pro cubica		
0/01	1	1
0/08	4	2
0/27	9	3
0/64	16	4
1/25	25	5
2/16	36	6
3/43	49	7
5/12	64	8
7/29	81	9

Keßler verlangt statt eines neuen Stäbchens ein Quadrat-Blättlein, welches 3 Kolumnen hat. „In der ersten Columnen bei der linken handt / sind der 9 ringsten Zahlen quadrata zu finden. In der andern / die Duplaten derselbigen neun ringsten Zahlen: Welche da in der dritten Columna / selbst eingezeichnet seynd wie auch auf dem Legebrettlein.

Meine Stäbchen haben nur auf einer Seite des 7. Stabes die 9 Quadratzahlen — eine Vereinfachung, die dem gewöhnlichen Bedürfnis genügte. Die Kubikzahlen fehlen.

In cap. VI: De extractione radicis quadratae S. 23 f. behandelt die Rabd. das Verfahren in aller Kürze. Die Kenntnis der Operationen wird eben vorausgesetzt.

Es wird die Wurzel von: 117716237694 ausgezogen. Auf der Rechentafel steht schließlich:



(Oben stehen die Reste)
(Quadratzahl)
(Gefundene Wurzel)
(Unter dem Strich die Vielfachen)

(Die schrägen und der wagrechte Strich oben sind von mir beigefügt.)

Vergleichen wir eine andere Berechnung mit dieser rätselhaften Darstellung, die an Kürze nichts, aber an Klarheit viel zu wünschen übrig läßt. In dem der Münchner Staatsbibliothek entnommenen Exemplar der Rabdologie, das ein Buchzeichen mit der Inschrift enthält: Ex Bibliotheca Conventus Monacensis Carmelitarum Discalceatorum, hat ein Karmelitermönch auf den letzten freien Blättern dieselbe Aufgabe in Handschrift berechnet. Nach der Form geschah dies im 17. Jahrhundert. Sie hat folgende Weise:

3	4	3	0	9	8	(Wurzel)
11	77	16	23	76	94	(Quadratzahl)
9						
2	77					
2	56					
	21	16				(Berechnung)
	20	49				
		67	23	76		
		61	74	81		
		5	48	95	94	
		5	48	95	04	
		0	00	00	90	

Moderne Darstellung:

$$\sqrt{11|77|16|23|76|94} = 343098$$

9

64 | 277

256

683 | −2116

2049

68609 | −−672376

617481

686188 | −5489594

5489504

——90

Beide Formen bedürfen der Erklärung für den, der diese Rechenweise nicht kennt, und zwar eingehender als sie Neper gibt. Zunächst ist ersichtlich, daß in der 1. Form wieder das Übersichdividieren, in der 2. das Untersichdividieren angewendet ist. Behalten wir unsere Formel für das Ausziehen der Quadratwurzel, $a^2 + 2\,ab + b^2$, im Auge, so löst sich das Gewirre in folgender Weise:

I. Berechnung:[1]) Die Quadratzahl ist in damals üblicher Weise durch Punkte in je 2 Zahlen gruppiert.

1. Auf dem Quadratstäbchen sucht man die Wurzel von 11, sie ist 3. Die Wurzel wird unter den Strich geschrieben, der Rest 2 über die Quadratzahl, das Quadrat von 3 darunter.

2. Es wird gesucht die Wurzel aus 2 und der nächsten Gruppe also 277. Das Doppelte von 3 ist 6, dies ist in 27 4× enthalten. demnach ist der Divisor 64. 64 in 277 wird auf den Stäbchen gesucht. Diese zeigen das Vierfache mit 256 an, welches unten geschrieben wird. Die Subtraktion ergibt als Rest 21, das oben zu stehen kommt.

3. Zu suchen die Wurzel aus dem Rest 21 und der nächsten Gruppe 16, also 2116. Der Divisor ist das Doppelte von 34 = 68, das auch auf den Stäbchen gefunden werden kann. Zu suchen ist nun 211 : 68. Die Stäbchen ergeben als das 3fache 204, demnach ist der Quotient 3, der ganze Divisor 683. Das 3fache davon zeigen wieder die Stäbe an mit 2049. Unten steht 2049. Die Subtraktion liefert den oben eingeschriebenen Rest von 67.

[1]) Auf eine Begründung des Verfahrens selbst wird nicht eingegangen.

4. Aus 67 und der nächsten Gruppe 23 also 6723 wird die neue Wurzel gesucht. Der Divisor wird gebildet durch das Doppelte der bisher gefundenen Wurzel 343, das ist 686, dies ist aber in den 3 ersten Stellen des Divisors nicht enthalten, daher die Wurzel 0.

5. Weiters ist daher aus 6723 und der nächsten Gruppe d. i. 672376 die Wurzel zu suchen. Der Divisor wird gebildet aus dem Doppelten der bisherigen Wurzel 3430, nach den Stäbchen 6860. Es soll gesucht werden, wie oft dies in den 5 ersten Stellen der Zahl enthalten ist. Dazu sind die Stäbchen sehr dienlich. Sie ergeben als das nächste Vielfache 61740, das ist das 9fache von 6860. Also ist der Quotient 9. Der eigentliche Divisor ist nun 6869 und das 9fache 617481. Die Subtraktion gibt den Rest 54895, der oben steht.

6. Der Rest 54895 und die letzte Gruppe 94 bilden die letzte Zahl 5489594, woraus die Wurzel gesucht wird. Der Divisor ist das Doppelte von 34309, das wieder auf den Stäben gesucht werden kann und 68618 ist. Die Division 548959 : 68618 ist auf den Stäben leicht; denn wenn der Divisor aufgelegt ist, zeigen diese das 8fache mit 5489594 an. Also ist 8 der Quotient. Nun ist der Divisor 686188 und das 8fache 5489504. Rest 90.

Auf Dezimalen wird die Berechnung nicht weitergeführt.

Was ergibt sich nun aus dieser Berechnung?

1. Daß das sehr gekürzte schriftliche Verfahren nur die Reste und die Vielfachen schreibt und alles andere im Kopfe zu berechnen ist;
2. daß das neue Quadratstäbchen zum Suchen der Wurzel, viel mehr aber noch die anderen Stäbchen zum Suchen der Doppelten und vor allem der Quotienten dienlich sind.

Eine andere Funktion haben die Stäbchen überhaupt nicht. sie dienen nur der Multiplikation und Division, aber in sehr wesentlicher Weise. Der neue Quadratstab erleichterte das damals schwierige Finden der Wurzel.

II. Berechnung. Außer dem „Untersichdividieren" finden wir hier auch ein gekürztes Verfahren, das uns aber viel deutlicher erscheint. Die Herstellung des Divisors wird zwar hier auch verschwiegen, aber die neue Quadratzahl, die Vielfachen und die Reste werden in einer uns näher liegenden Weise vorgeführt. Die senkrechten Striche führen die jeweiligen Reste der Quadratzahl deutlich vor, die schon behandelten Stellen derselben werden jedesmal der größeren Klarheit wegen durchstrichen.

Keßler erklärt die Ausziehung der Quadratwurzel und die

Benutzung der Stäbchen sowie seines Quadratblättleins in folgender Weise:

„I. Die vorgebene quadratzahl schreibe auff dein Rechentafel: vnd theile sie in jhre begriffe: Ziehe bey dem ersten begriff / von desselbigen zahl / das gröste Quadrat, welches darinnen beschlossen: den rest vnterzeichne; die Wurtzel aber dieses Quadrats schreibe zu ihrer Stell: Wie sonsten bey den Arithmeticis gebreuchlich ist, II. Bey dem zweyten vnnd allen folgenden begriffen handle also.

I. Setze herunder neben den gefundenen Rest die zwo Spezialziffern des folgenden begriffs / wann einer vorhanden. II. Dupliere die gantze Wurtzel: Und lege das Dublat mit den Stäblein / auff das Legebrettlein. Füge auch / gegen der rechten Hand das quadratenblättlein hinzu: so hastu den Theiler. III. Such die Zahl deß vorhabenden begriffs / oder die nächeste ringere / vnder den Zahlen der gelegten Stäblein vnd Blättlein: Subtrahier die gefundene Zahl / von der Zahl des begriffs / vnd zeichne den Rest vnder die linie. IV. Den quotienten / oder die Wurtzel neben der gefundenen Zahl auff dem Legebrettlein / oder in der dritten Columnna deß quadratenblättleins / schreibe zu den vorgehenden Ziffern der Wurtzel / zwischen die zwo obersten Parallellinien etc.

Die schriftliche Form ist dieselbe, der sich wie S. 153 angegeben, der Karmelitermönch bediente.

Aus diesem starren Regelwerk über das Verfahren geht hervor, daß er wie Neper die Stäbchen benutzt, um durch die Vielfachen des jedesmal aufgelegten Divisors den Quotienten, resp. die Wurzel zu finden; daß sie auch zum Duplieren der Wurzel dienen, erwähnt er nicht. Eine mechanische Erleichterung bietet das Quadratblättlein oder der Quadratstab dadurch, daß auch die Wurzel enthalten ist, die man ohne langes Besinnen und Zählen schreiben kann. Z. B. Ist die bisher gefundene Wurzel 82, das Doppelte also 164 und soll damit 12521 dividiert werden, so ergibt sich aus den Vielfachen der aufgelegten Stäbchen, daß die annähernde Zahl für die vier ersten Stellen 1148 ist. Auf dem Quadratblättchen steht, daß es das 7 fache ist, also kann man den neuen Divisor bilden 1647 und das Vielfache mit 11529 leicht finden.

Demnach ist der Wert der Stäbchen auch beim Ausziehen der Quadratwurzel ein großer. Sie erleichtern alle mechanischen Operationen.

5. Ausziehen der Kubikwurzel.

Rabd. S. 29—38.

Es soll die Kubikwurzel von 22022635627 gesucht werden. Auf der Rechentafel steht nur:

070
14
22 . 022 . 635 . 627 .
2 8 0 3
8
13952
70635627

Das ist wahrhaftig wenig, wenn man aus einer so großen Zahl die Kubikwurzel suchen soll.

Der Karmelitermönch hat dasselbe Beispiel im Exemplar der Staatsbibliothek handschriftlich sich klarer gemacht in folgender Weise:

2	8	0	3
22	022	635	627
8			
14	022		
13	952		
	70	635	627
	70	635	627
	00	000	000

Die Erklärung Nepers ist in der damals beliebten Diktiermethode der Operationen und auch der Benutzung der Stäbe gehalten.

Wenn wir unsere Formel zu Hilfe nehmen, werden wir über das Verfahren klar: „$a^3 + 3\,(a^2b) + 3\,(ab^2) + b^3$“. Setzen wir die moderne Berechnung dazu, so ist alles Weitere mit Ausnahme der Benutzung der Stäbe ersichtlich:

$\sqrt[3]{22|022|635|627} = 2\ldots$

I. $2^3 =$ 8

II. $3 \cdot 20^2 = 1200$ | 14022 $= .8..$
$3 \cdot 20^2 \cdot 8 = 9600$
$3 \cdot 20 \cdot 8^2 = 3840$ } subtr.
$8^3 = 512$

III. $3 \cdot 280^2 = 235200$ | 70635 $= ..0.$

IV. $3 \cdot 2800^2 = 23520000$ | 70635627 $= \ldots 3$
$3 \cdot 2800^2 \cdot 3 = 70560000$
$3 \cdot 2800 \cdot 3^2 = 75600$ } subtr.
$3^3 = 27$
2803

In Nepers Berechnung finden wir außer der Kubikzahl und Wurzel nur den ersten und zweiten Rest über die Kubikzahl geschrieben, unter dieselbe, das erste, zweite und dritte Vielfache. Alles andere steht nicht in der Rechnung.

In der zweiten Ausrechnung stehen die Spezialkubikzahlen beziehungsweise deren Reste, aus denen die Wurzel zu suchen und die berechneten Vielfachen in lesbarerer Form. Alles Weitere ist auch hier verschwiegen.

Die Zuhilfenahme der Stäbchen beim Suchen der Wurzeln sowie bei allen Multiplikationen und Divisionen ist nach den vorausgehenden Erklärungen verständlich.

Wie Keßler seine mechanischen Hilfsmittel in Anspruch nimmt, ersehen wir aus seiner Erläuterung.

„Die Außtheilung der Zahlen in jhre Begriff / wie auch die extraction bey den ersten Begriffen / absolvirstu auf der Rechentafel wie die Arithmetici pflegen. Bey den andern / vnd allen folgenden Begriffen / procedir also:

I. die gantze Wurzel triplire: vnd dieses erste triplat lege mit den Stäblein / neben das Cubenblättlein zur rechten. II. Die gantze Wurzel quadrir / vnd dieses quadrat triplir / solch ander triplat ist ein Stück des Theilers / das lege mit Stäblein neben das Cubenblättlein zur linken: so hast du den ganzen Theiler. III. Suche die Zahl des vorhabenden Begriffs / oder die näheste ringere / vnder den Zahlen der gelegten Stäblein / vnd ersten Columna deß Blättleins / gegen der linken Hand: so findestu neben dieser Zahl / in der dritten Columna deß Blättleins den quotienten oder die Wurtzel deß Begriffs / vnd in der zweyten Columna jhr quadrat. Diese Wurtzel vnd quadrat notiere absonderlich nebeneinander auff ein Papier: vnderziehe eine linie: vnd vnder die Wurtzel verzeichne die gefundene Zahl der Stäblein vnd Blättleins zur linken. Ferner nimm jede Ziffer deß quadrats / suche in der dritten Columna deß Blättleins: vnd die nebenstehende Zahl auf den Stäblein zur rechten / schreib richtig vnder jhre Ziffer ob der scheydlinie stehend. Addire hernach die zwo oder drey Zahlen unter der scheydlinien: vnd subtrahir die Summe von der Zahl des Begriffs / müssestu die Wurtzel vmb eine unitet geringer nehmen / vnd diese operation repetirn. IV. Die gefundene Wurtzel eines jeden Begriffs / zeichne an jhren Ort. Vnd wann der gantze Theiler auff den Stäblein vnd Blättlein grösser vorkäme / als die Zahl seines Begriffs / so setze eine Null an der

Wurtzel statt: vnd schreite zum folgenden Begriff. Zum Exempel: suche die Cubische Wurtzel der Zahl: 58222470950008.

Dieses Exempel stehet auff der Rechentafel also:

Wurtzel	8	3	5	0	2
Cubische Zahl	582	224	709	502	008
	512				
	70	224			
	59	787			
	10	437	709		
	10	395	875		
		41	834	502	008
		41	834	502	008

Tractation eines jeden Begriffs auff dem neben papir.

Deß andern Begriffs Wurtzel.

8 Wurtzel
3
I. 24 nebst Triplat zur rechten deß Blättleins

8 Wurtzel
8
64 quadrat
3
II. 192 ander Triplat zur linken.

70224 : Zahl deß Begriffs
19201 : Theiler
93 : Quotient vnd sein quadrat
57627 link
217 recht
III. 59787 : Summa

Deß dritten Begriffs.

83 Wurtzel
3
I. 249 erst triplat zur rechten

83 Wurtzel
83
249
664
6889 quadrat
3
II. 20667 an der Triplat zur linken.

10437709 Zahl des Begriffs
2066701 Theiler
25.5 Quotient vnd sein quadrat
10333625 link
1245
498
III. 10395875 Summa

Deß vierdten Begriffs.

825	Wurtzel	835	Wurtzel
3		835	
I. 2475	erst triplat zur rechten	4175	
		2505	
		6680	
		697225	quadrat
		3	
		II. 2091675	an der Triplat zur linken.

Deß fünfften vnd letzten Begriffs.

8350	Wurtzel	8350	
3		8350	
I. 25050	erst Triplat zur rechten	69722500	quadrat
		3	
		II. 209167500	an der Triplat zur linken

41834502008	Zahl deß Begriffs
20916750001	Theiler
4.2	Quotient vnd sein quadrat
41833500008	link
100200	recht
41834502008	Summa.

Diese eingehende Traktation gibt uns Einsicht in alle Teile der Berechnung und macht die vorausgehende schwierige Anweisung klar, ebenso den Gebrauch der Stäbchen.[1])

Welche geistreiche und nützliche Erfindung diese Stäbchen für das Rechnen sind, ergibt sich aus dem Vorausgehenden. Von jeher machte es große Schwierigkeit mit großen Zahlen zu multiplizieren, namentlich zu finden, wie oft ein vielstelliger Divisor in den Partialdividenden enthalten ist. Selbst der gewandte Rechner kommt heute noch in die Lage, daß er den richtigen Quotienten nicht gefunden, was er erst merkt, wenn er das Vielfache des Divisors hergestellt und mit dem Dividenden verglichen hat. Wie schwer ist unsere Divisionsform erst für Ungeübte, wenn mit großen Zahlen operiert werden soll? Und wie große Schwierigkeit muß sie im 16., 17. Jahrhundert geboten haben, da einst eine Rechengewandtheit nur bei den Rechenmeistern und Mathematikern zu finden war. Daher seit alten Zeiten das Bestreben, das Multiplizieren und Dividieren zu erleichtern.[2]) Der geniale Tartaglia

[1]) Heckenberg, Wolff u. a. verwenden die Stäbchen beim Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzel nicht.

[2]) Bisher hatte man nur das Pythagoräische Einmaleins, das die Vielfachen 1—9 auf einer Tafel darstellte, als Hilfsmittel.

empfiehlt in seinem oben zitierten bedeutsamen Werke[1]) zur Sicherstellung des Quotienten die Anlage von Produktentabellen. Sollte z. B. die Zahl 36492 durch 156 dividiert werden, ließ er den Divisor 156 mit den Zahlen von 2—9 multiplizieren, wodurch er bei jeder Partialdivision in der Lage war, die Größe des Quotienten sofort zu bestimmen. Das war wohl der erste Anstoß zur Erfindung der Stäbchen; denn es ist anzunehmen, daß Neper das früher erschienene Werk Tartaglias kannte, um so mehr, da er selbst Italien bereist hatte und der Schriftenaustausch der Gelehrten ein reger war. (1 Jahr nach der Herausgabe der „Rabdologie" von Neper, 1617, erscheint schon ein deutsches Werk: Keßlers Künstl. Rechenstäblein 1618.) Die Nepersche Erfindung kann aus den Produktentabellen Tartaglias die erste Anregung erhalten haben; denn was bieten uns die Stäbchen anders als Produktenreihen?

Aber bei Tartaglia muß jede Produktentabelle erst hergestellt werden und sie ist bei jedem Divisor natürlich eine andere. Die erst vorzunehmende Berechnung ist zeitraubend und für viele schwierig. Nun schafft Neper in einem genialen Gedanken aus dem Pythag. Einmaleins mit 10 Stäbchen, die 4 Flächen haben, nicht bloß 40 Produktentabellen, sondern, da er die Stäbchen beweglich macht, so daß man sie in allen möglichen Kombinationen neben einander legen kann, eine unendliche Zahl derselben, um alle möglichen Divisoren und Multiplikanden mit ihren Vielfachen herstellen zu können. Das ist ja Gutenbergs Erfindung auf das Rechnen übertragen! Wie die 24 beweglichen Lettern die Zusammensetzung aller vorkommenden Wörter ermöglichen, so Nepers Erfindung, die Herstellung aller möglichen Zahlen, die als Divisoren und Multiplikanden auftreten können mit deren Vielfachen, die bequem abgelesen werden und nicht erst zu berechnen sind.

Trotzdem diese Erfindung seit 1617 veröffentlicht ist und in Deutschland schon 1618 bekannt wurde, kommen manche Rechenschriftsteller des 17. und 18. Jahrhunderts wieder auf Tartaglias Produktentabellen zurück und empfehlen sie.

Metius in seinem Werke: Manuale Arithmetica und geometricae 1646[2]) gibt darüber die gleiche Anweisung, wie hundert Jahre vorher Tartaglia. Ebenso Elend in seiner Einleitung zur Arithmetischen Wissenschaft 1724 und Spengler[3]) in Anfangsgründe der Rechenkunst und Algebra 1773.

---

[1]) Sterner, S. 233.
[2]) Sterner, S. 279.
[3]) Sterner, S. 332.

Aber man hatte den Gedanken der Produktentabellen so ausgebildet, daß der Rechner sich diese nicht selbst schuf, sondern um dem Bedürfnis für Ungewandte entgegenzukommen, erfand man etwas Neues, den sogenannten Faulenzer.

In vielen Rechenwerken des 18. Jahrhunderts finden wir zur Erleichterung beim Multiplizieren und Dividieren Hunderte von Seiten mit den ausgerechneten Vielfachen aller Zahlen. Heckenberg füllt sein Buch mit 200 Seiten dieser Art. Von jeder Zahl von 2—100 finden sich darin die Vielfachen alle bis 100 berechnet. Oben steht auf jeder Seite die Zahl, unten folgen die Vielfachen in langer Reihe. Das mechanische Verfahren wird dadurch sehr erleichtert, z. B.: Es ist 7×98 zu multiplizieren. Man braucht bloß den Multiplikator 7 zu suchen und den Multiplikand 98, so findet man daneben das Produkt 686. Hat man mit 38 in 2186 zu dividieren, so sucht man oben auf der Seite die Zahl 38 und es ergibt sich, daß das nächste Vielfache 2166 ist, daneben steht 57, folglich ist der Quotient 57. Solche Werke mit Progressionstabellen sind häufig, ich erwähne nur noch: „Der allzeitfertige Rechenmeister von Köhler, 1705, Leipzig, der hurtige Rechner von J. T. Haas, Regensburg, 1695, etc. etc.“

Auch auf Münzen, Maße, Gewichte dehnte man dieses Verfahren aus und im Geschäftsleben hat man davon, namentlich im 18. Jahrhundert, einen sehr ausgedehnten Gebrauch gemacht.

Busse vertritt in seinem oben erwähnten Werke noch 1797 den großen Wert der Rechenstäbe, besonders beim Dividieren mit großen Zahlen.[1])

Heinatz aber (s. o.) erwähnt das Dividieren mit den Stäben gar nicht. Es kam eben Ende des 18. und zu Beginn des 19. Jahrhunderts die Zeit, daß man beim Schulrechnen alle „Kunststückchen“ verpönte und ein auf das Verständnis hinarbeitendes methodisches Rechnen anstrebte.

Ein Suchen in den Lehrmittelsammlungen älterer Anstalten wird vielleicht dieses Rechenlehrmittel ausfindig machen. Daß es vielfach in Gebrauch war, darüber ist kein Zweifel, wie uns schon die gedruckte alte Literatur beweist.

Aber auch einen direkten Beweis kann ich beibringen.

In dem Verzeichnis des Vorrates von Naturalien, Instrumenten des alten Augsburger Gymnasiums werden unter Arithmetik aufgeführt:

[1]) Ed. Jänicke, Geschichte des Rechnens in Kehrs Geschichte der Methodik I, S. 322. Gotha 1879.

„Zwei Rechenstäbe von Herrn Brander." Dieser war Professor am Gymnasium. Welcher Art die Rechenstäbe waren, fehlt.[1] Wahrscheinlich aber sind diese Objekte nur sehr selten noch zu finden; ihre Kleinheit und die Mißachtung alles Alten haben sie verschwinden lassen.

Im II. Buch der Rabdologie behandelt Neper den Gebrauch der Rechenstäbchen im Verein mit besonderen Tafeln in der Geometrie und Mechanik. Die Themen der einzelnen Kapitel sind: 1. Beschreibung der Tafeln. 2. Über die Auffindung der Seiten und Quadrate der Vielecke durch Tabelle I. 3. Über die Auffindung des Quadrates der Vielecks-Diagonalen durch Tafel II. 4. Über die Auffindung der Diagonalen und Seiten durch Tafel III. 5. Über die Auffindung der Seiten und Cuben von 5 regelmäßigen Körpern. Tafel IV. 6. Auffindung der Cuben und Diagonalen regelmäßiger Körper. Tafel V. 7. Auffindung von Durchmessern und Seiten. Tafel VI. 8. Auffindung der Gewichte und Größe der Metalle.

Im Anhang folgt ein Ratgeber über die geschwindeste Art des Multiplizierens, sowie ferner über die örtliche Arithmetik, wie sie auf dem Rechenbrett des Scaechiae[2] geübt wird.

Da wir aber das Prinzip dieser mechanischen Vorrichtung für das Rechnen nun kennen und etwas wesentlich Neues über die Verwendung der Stäbchen im II. Buch nicht mehr geboten wird. — denn diese ist und bleibt auf das Multiplizieren und Dividieren beschränkt, — so können wir unsere Ausführungen beenden. Dieses tun wir in Bewunderung für den genialen Mathematiker Neper, der durch seine Erfindung der schwierigen Rechenkunst seinerzeit eine große Erleichterung verschafft hat.

---

[1] Allgemeine Bibliothek für das Schul- und Erziehungswesen in Deutschland. Nördlingen, Beck. 7. Band, 1779, S. 545.

[2] Schachir, Fläche mit Netzlinien, dem Schachbrett zu vergleichen.