Stephan Weiss

Nachbau und Gebrauch der Faktorenstäbe von Felkel 1776

Einleitung

Rechengeräte und Rechenhilfen für die vier Grundrechenarten sind aus der Geschichte der Rechentechnik zahlreich bekannt. Der Einsatz mechanischer Rechenhilfen ist nicht auf diesen Bereich beschränkt geblieben, auch für wiederkehrende Berechnungen in der Zahlentheorie hat man mechanische Rechengeräte entworfen und zu Hilfe genommen [10]. Die Gründe waren die gleichen, nämlich die Vereinfachung gleicher wiederkehrender Berechnungen und damit das Vermeiden von Fehlern .

Im Jahr 1776 erschien eine Faktorentafel in drei Teilen von Anton Felkel (1740 – 1800?), teils in deutscher, teils in lateinischer Sprache. Felkel gehört zu den Pionieren in der Erstellung solcher Tafeln. Seine Tafel enthält in ersten Teil alle primen Teiler der Zahlen von 1 bis 144000, sofern diese nicht durch 2, 3 oder 5 teilbar sind [5, 8bc]. Die beiden anderen Teile erweitern den Zahlenbereich bis auf 408000. Zu ihrer Erstellung verwendete er einen Satz beschrifteter Stäbe, sogenannte Felkelsche Faktoren-Stäbe. Ursprünglich hatte Felkel seine Berechnungen mit einem eigens dafür entworfenen Massstab durchgeführt, der ihn dann zu den Faktorenstäben führte.[1] Er hatte auch die Absicht, seine Stäbe, erweitert zum Rechengerät, einschliesslich Beschreibung zum Verkauf anzubieten:

> „Wenn der Preis der Maschinen[2] samt der Beschreibung a) 1 Gulden 30 Kreuzer, b) 2 Gulden 20 Kreuzer[3] zu hoch ist, der kann alle erwähnte Vortheile (freylich weit beschwerlicher und langweiliger) mit Hülfe eines einzeln

---

1 Lit. 2, 1. Brief Felkel an Lambert v. 15. Jan. 1776.

2 Der Erfinder nennt sein Gerät eine „Maschine“. Bis zum Ende des 19. Jahrhunderts war der Begriffsinhalt für eine rechnende Maschine noch sehr viel weiter gefasst als heute.

3 a) und b) je nach Ausführung, Anm. des Autors.

dazu eigends verfertigten Maaßstabes erhalten, welcher der kleinern Maschine, um sie für alle Zahlen brauchbar zu machen, wird zugegeben werden“.[4]

Ein erhalten gebliebener Satz Stäbe aus der Zeit ist mir nicht bekannt Auf einen damals wie üblich aufgekommenen Prioritätsstreit bezüglich der Erfindung gehe ich nicht ein.

Der Schwerpunkt dieses Aufsatzes liegt im Nachbau und im Gebrauch der Stäbe. Wie die Erfahrung zeigt vermittelt die Arbeit mit einem historischen Rechengerät mehr unmittelbare Erkenntnisse als dies jede noch so lange Beschreibung vermag. Auf die Grundlagen der Stäbe wird anschliessend eingegangen. Hinsichtlich des nicht minder interessanten historischen Umfeldes verweise ich auf die detaillierten Ausführungen einschliesslich umfangreicher Bibliographie bei Bullynck [4] und Roegel [8a] sowie bei Glaisher[6], die hier nicht wiederholt werden sollen.

Der Aufbau der Stäbe

Es existiert eine Beschreibung der Faktorenstäbe einschliesslich Anwendungsbeispiel, die in einer Rezension von 1778 [1] gegeben wird und die nahezu identisch im Briefwechsel Hindenburg – Lambert 1776[5] enthalten ist. Von dort übernimmt sie nach eigenem Bekunden auch Bischoff [3]. Die Texte stimmen in der Sache weitgehend überein, Abweichungen gibt es nur in Details, die für die Funktion nicht wesentlich sind. Felkels Anleitung zum Gebrauch der Stäbe, die er bei einem Verkauf beigegeben haben soll, ist nicht auffindbar. Die Angaben im Vorbericht zu seiner Tafel hält er wenig aussagekräftig. Ein solches Verhalten ist aus ähnlich gelagerten Fällen bekannt und lässt sich damit erklären, dass der Autor eine Nachahmung durch Andere verhindern wollte.
Auf dem Titelblatt des ersten Teils der Tafel sind die Stäbe rechts am Tisch lehnend dargestellt (Bilder 1 und 2)[6]. Bischoff zeigt die Stäbe auf den Tafeln VI und

---

4 Lit. 2, Beilage zum 2. Brief Felkel an Lambert v. 3. Feb. 1776.

5 Lit. 2, 11. Brief, Hindenburg an Lambert, v. 22. Dez. 1776, Zweyte Beylage „Herrn Felkels Methode betreffend, die Factoren zusammengesetzter Zahlen durch eine Maschine zu finden“.
Johann Heinrich Lambert (1728 - 1777), Mathematiker, Logiker, Physiker und Philosoph.
Carl Friedrich Hindenburg (1741 – 1808), Mathematiker und Philosoph und ein weiterer Pionier in der Erstellung von Faktorentafeln.

6 Noch etwas fällt am Titelblatt auf: Felkel sitzt in maniristisch überzeichneter Haltung zwischen zwei Regalen. Das eine, aus der Sicht des Betrachters rechts, ist ordentlich aufgeräumt und enthält beschriftete Bücher von *Lambert*, von dem er auch ein Buch in der Hand hält, sowie von *Kästner, Euklid, Euler, Bernoulli, Newton*, alles Grössen der Mathematik. Gegenüber auf der linken Seite steht ein teilweise zusammengebrochenes Regal mit unordentlich abgelegten Büchern. Nach deren Autoren, soweit lesbar und rekonstruierbar müssen u. a.

VII (Bild 3).

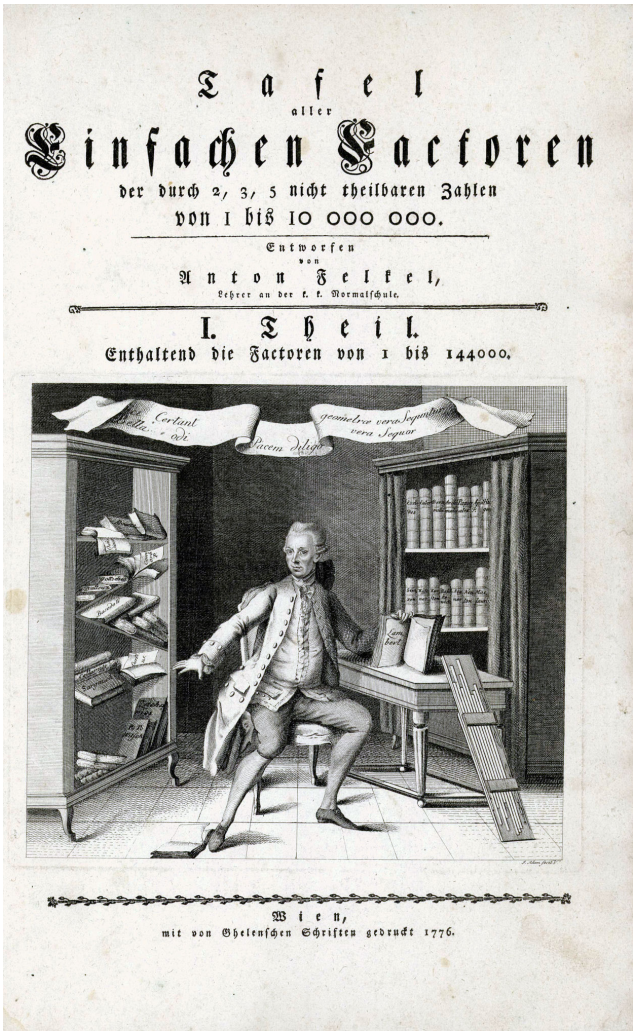


Bild 1: Tafel der Faktoren von Felkel [5], Titelblatt

Johann Bernhard Basedow (1724 – 1790), Theologe, Pädagoge, Schriftsteller und Philanthrop (Menschenfreund, Humanist) der Aufklärung,
Johann Christoph Gottsched (1700 – 1766) deutschsprachiger Schriftsteller, Dramaturg und Literaturtheoretiker in der Frühzeit der Aufklärung sowie
Christophorus Cellarius (mit bürgerlichem Namen: *Christoph Keller,* 1638 – 1707), ab 1693 Professor für Rhetorik und Geschichte an der neu gegründeten Universität Halle
gemeint sein. Das sind alles Vertreter der Geisteswissenschaft, der Felkel mit dieser Darstellung offensichtlich wenig Wert oder Bedeutung beimisst. Carl Friedrich Hindenburg (1741–1808), deutscher Mathematiker und Philosoph, wertet das Titelblatt:
„Ich glaube, des Herr Felkels Absicht bey diesem Titelkupfer läßt sich nicht anders erklären als dass er damit seinen eigenthümlichen Geschmack habe anzeigen, und zu verstehen geben wollen, wie er, als der Mathematik ergeben, nur genaue Wissenschaften schätze, und andere, besonders Critik und Polemik, verachte.“
[2, 11. Brief, Hindenburg an Lambert v. 22. Dez. 1776, 1. Beylage].

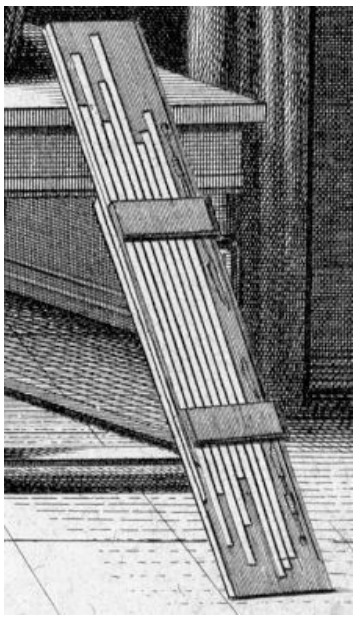


Bild 2: Ausschnitt aus Bild 1

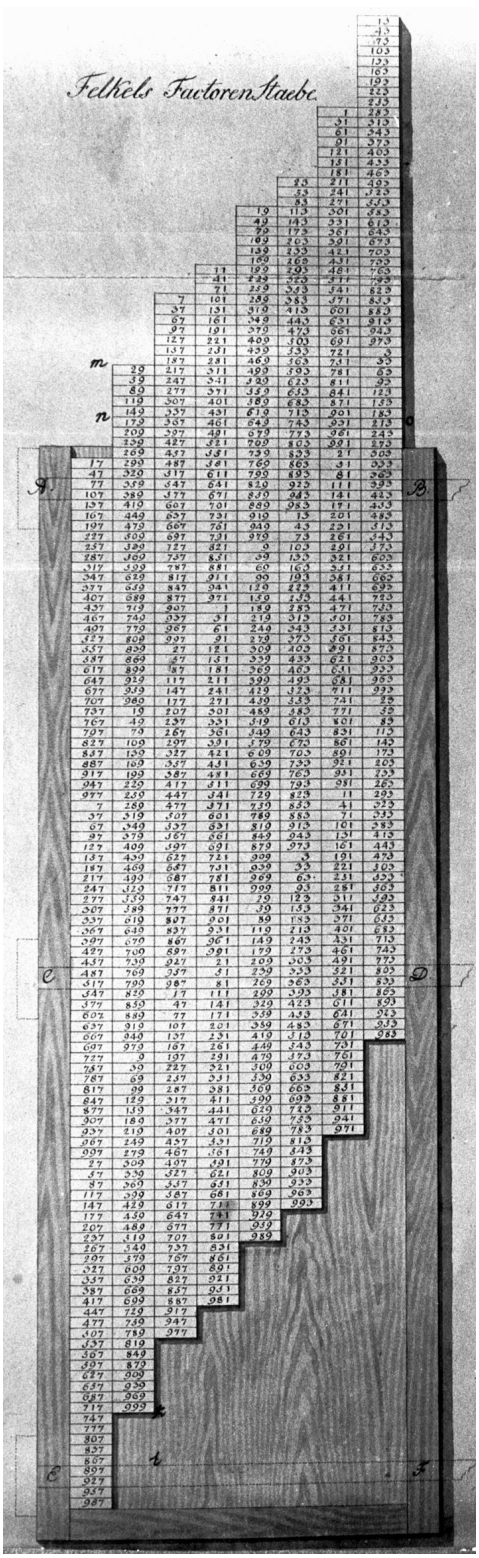


Bild 3: Die Faktorenstäbe bei Bischoff

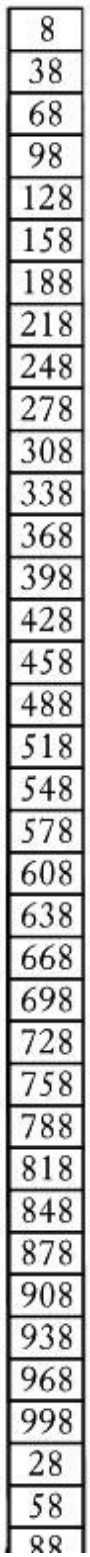


Bild 4: Stab 8, Anfang

Die Stäbe haben die Länge eines Bogens [1] bzw. eines Regalbogens [3]. Gemeint ist ein Druckbogen Papier. Eine solche Längenangabe ist wenig aussagekräftig. Andererseits ist die Länge der Stäbe nicht wesentlich für die Funktion des Gesamtsystems. Eine Länge zwischen 50 und 60 Zentimeter stellt einen guten Kompromiss zwischen der Handhabbarkeit der Stäbe selbst und der Lesbarkeit der Zahlen dar. Dieses Mass entspricht auch in etwa der Länge, die sich aus der Darstellung im Titelblatt aus angenommener Tischhöhe und Schrägstellung zurückrechnen lässt.
Gelagert sind die Stäbe auf einem flachen gerahmten Brett. Bei Bischoff ist dieses Brett an einer Seite geschlossen, bei Felkel auf beiden Seiten offen. In dieser Zeichnung ist der Linienverlauf nicht klar dargestellt, es sieht aus, als ob das Brett aus zwei Teilen bestünde. Verschiebliche einfache Ableseeinrichtungen sind ebenfalls vorhanden, bei Bischoff drei und mit AB, CD, EF in der Zeichnung angedeutet, bei Felkel zwei, wobei sich bei letzteren die Frage stellt, warum sie auf der Schräge des Bodenbretts nicht herunter fallen. Ob Bischoff zumindest das Originalwerk gesehen hat muss bezweifelt werden, denn dann hätte er das Gerät auf dem Titelblatt zur Grundlage seiner Zeichnung genommen.

Ein vollständiger Satz umfasst 30 Stäbe mit jeweils 100 Feldern untereinander. Diese sind wie folgt beschriftet: jeder Stab trägt oben im ersten Feld eine Kopfzahl aus dem Bereich 1 bis 30. Nach unten hin folgen von Feld zu Feld jeweils die um 30 vermehrten Werte. Anders ausgedrückt: die Zahlen auf den Stäben sind Restklassen der Art (1, 2, …, 29, 30) modulo 30. Tausenderziffern werden nicht geschrieben, sie ergeben sich aus der Lage der Ziffern auf dem Stab. Im oberen Drittel tragen die Zahlen keine Tausenderziffer, im mittleren Drittel die Tausenderziffer 1 und im unterer Drittel die Tausenderziffer 2. Bild 4 zeigt den oberen Teil des Stabes 8 aus dem Nachbau. Bischoff stellt auf Tab. VI einen vollständigen Satz Stäbe dar. Die Zahlen der acht Stäbe 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23 und 29 sind rot dargestellt, weil sie einem besonderen Zweck dienen. Alle anderen Zahlen sind schwarz gehalten, übliche Praxis der Farbwahl vorausgesetzt.

Für den Nachbau wurden die Stabbeschriftungen mit dem Grafikprogramm *Processing*[7] erstellt, auf Papier gedruckt, ausgeschnitten und auf Holzstäbe geklebt. Das gerahmte Boden- oder Auflagebrett mit drei beweglichen Ableseschiebern sind einfache Holzarbeit (Bild 5).

---

7 http://processing.org

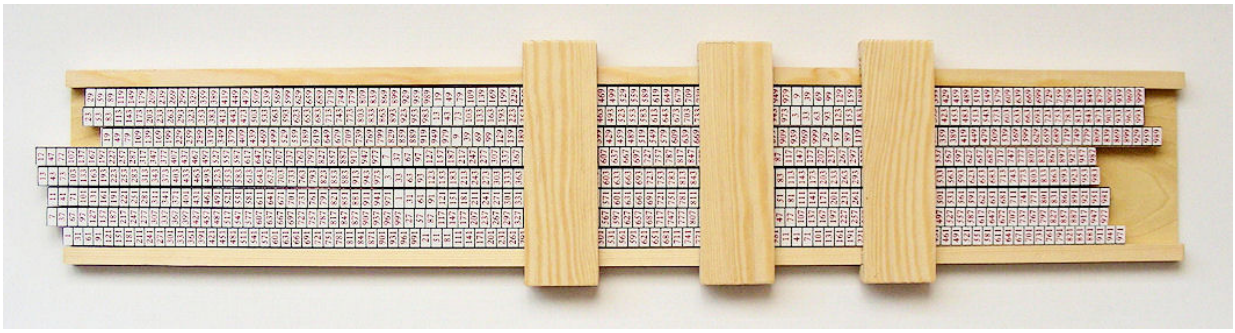


Bild 5: Der Nachbau mit acht roten Stäben

Der Gebrauch der Stäbe

Glaisher [6] gibt eine einfache Anleitung, wie man sich eine Faktorentabelle selbst schreiben könnte. Obwohl dieses Verfahren zur Erstellung grosser Tafeln zu umständlich wäre, ist es dennoch gut geeignet, das Verfahren und den Nutzen der Stäbe besser zu verstehen.

Wie rechts gezeigt schreibt man sich mit 2 beginnend eine Tabelle der ganzen Zahlen untereinander. Als nächstes markiert man mit einer 2 als Teiler das Zweifache (4), das Dreifache (6), das Vierfache (8) und so weiter. Ebenso verfährt man mit der 3. Das Zweifache (6), Dreifache (9), Vierfache (12) und so fort wird mit einer 3 als Teiler markiert. Entsprechend verfährt man weiter mit allen folgenden Zahlen, die noch keinen Teiler haben. Die 5 steht somit neben 10, 15, 20 und so fort. Das Verfahren hat einen Nachteil. Für grosse Teiler wird das Abzählen beschwerlich und fehleranfällig.

2	
3	
4	2
5	
6	2, 3
7	
8	2
9	3
10	2, 5
11	
12	2, 3
13	
14	2, 7
15	3, 5
16	2
17	
18	2, 3
19	
20	2, 5
21	3, 7
22	2, 11

Aus diesem Beispiel ergeben sich zwei Feststellungen: erstens folgen gleiche Teiler in gleichen Abständen aufeinander und zweitens ergeben sich Primzahlen von selbst weil sie keinen Teiler besitzen. Bezüglich Primzahlen ist zu beachten, dass die Zahlen 2, 3 und 5 nach Definition als solche gelten.

Bei der Erstellung seiner Tafel hat Felkel die Teiler 2, 3 und 5 ausgeschlossen. Eingangszahlen mit diesen Teilern kommen demnach nicht vor. Dieser Ausschluss verkürzt die Tafel erheblich. Hier liegt der Grund für den zunächst schwer verständlichen Zusatz im Titel *Tafel aller einfachen Factoren der durch*

2, 3, 5 ***nicht*** *theilbaren Zahlen.* Diese Beschränkung ist kein Verlust, denn, wie Felkel im Vorbericht schreibt

> „Die durch 2, 3, 5 theilbaren Zahlen werden deswegen übergangen, weil man solche ohnehin auf den ersten Blick kennet. Denn die Zahlen, welche auf 0, 2, 4, 6, 8 ausgehen, sind durch 2 theilbar; durch 5 aber, die auf 0, oder 5, ausgehen; und durch 3, wenn die Summe aller Ziffern durch 3 theilbar ist;…“

Das Rechenbeispiel aus den bereits zuvor genannten Quellen beschreibt die Bestimmung der Vielfachen von 47, die nicht durch 2, 3 oder 5 teilbar sind. Die folgende Erläuterung stützt sich auf diese Quellen, beschränkt sich jedoch absichtlich nur auf die Handhabung der Stäbe, damit deutlich wird, worin ihr Nutzen liegt.
Zur Verwendung kommen nur die Stäbe mit den roten Zahlen. Das sind jene mit den Zahlen 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 im ersten Feld oben. Zunächst werden diese Zahlen mit 47 multipliziert:[8]

47 x 1 = 47
x 7 = 329
x 11 = 517
x 13 = 611
x 17 = 799
x 19 = 893
x 23 = 1081
x 29 = 1363

Sodann werden die Stäbe parallel so in das Auflagebrett gelegt, dass die gewonnenen Produktzahlen nebeneinander auf gleicher Höhe zu liegen kommen. Zahlen kleiner als 1000 befinden sich im ersten Drittel, über 1000 im mittleren Drittel der Stäbe. Die Position der Zahlen wird mittels eines Schiebers markiert (Bild 6 oben links).
Das nächste Produkt ist

47 x 31 = 1457

1457 wird in der vorhandenen Stab-Konfiguration aufgesucht und mit dem zweiten Schieber markiert. In der gleichen Querreihe finden sich die Endziffern weiterer Vielfache von 47 (Bild 6 oben mitte). Sie lauten (1)457, (1)739, (1)927, (2)021, (2)209, (2)303, (2)491, (2)773 und entsprechen den Produkten 47 * (31, 37, 43, 47, 49, 53, 59). Die Ziffern des Tausenders sind in der Liste oben geklammert, weil sie nicht auf den Stäben erscheinen, sie ergeben sich aus der Position der Zahlen auf dem Stab. Legt man schliesslich in gleichem Abstand wie zwi-

---

8 Die Produktfaktoren kommen aus der Zahlenfolge 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37…

schen dem ersten und dem zweiten Ableseschieber noch einen dritten an dann zeigt dieser auf einem Stab die Zahl (2)867 (= 47 * 61). Die anderen Stäbe liegen zu sehr versetzt als dass auf ihnen noch eine Zahl zur Anzeige käme (Bild 6 oben rechts).

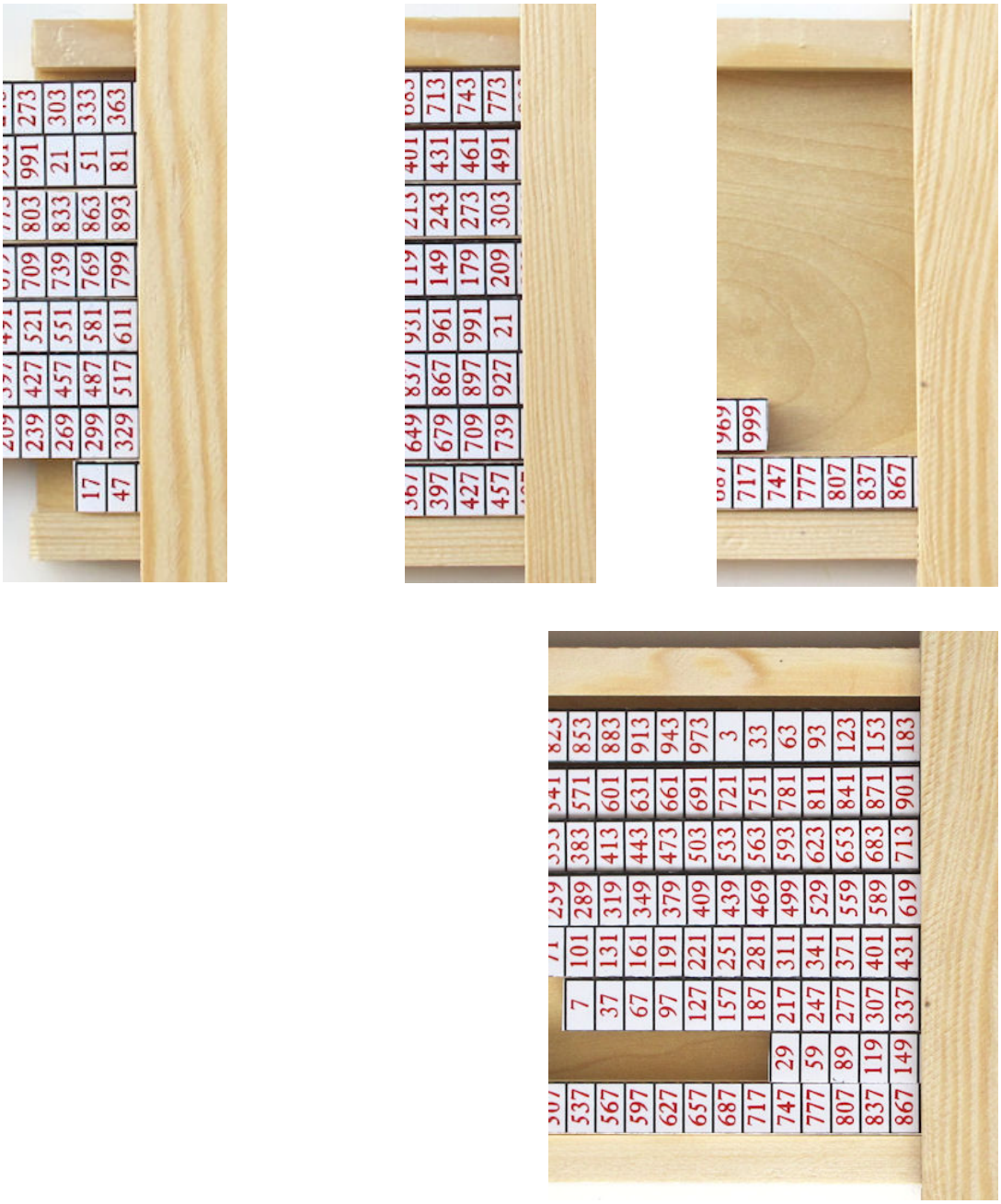


Bild 6: Vielfache von 47 auf den Faktorenstäben

Man kann sich jedoch dadurch behelfen, dass das übrige Stabpaket vorn weggenommen und hinten wieder angelegt wird, so als ob es unmittelbar auf seine ur-

sprüngliche Lage folgen würde. Damit kommen weitere Zahlen zum Vorschein (Bild 6 unten rechts). Der Vollständigkeit halber sollen auch sie aufgezählt werden: (2)867, (3)149, (3)337, (3)431, (3)619, (3)713, (3)901, (4)183. Sie entsprechen den Produkten 47 * (61, 67, 71, 73, 77, 79, 83, 89).

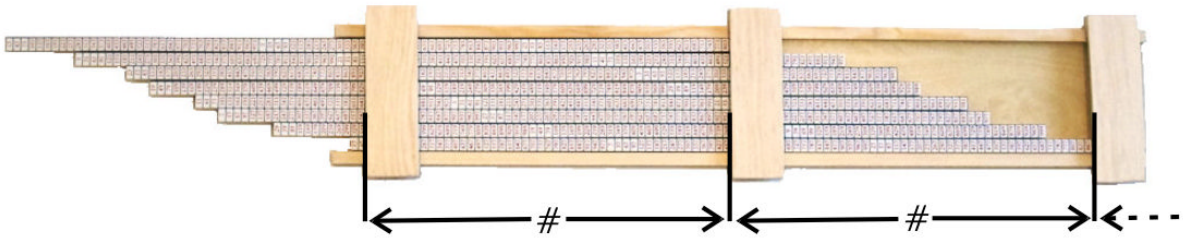


Bild 7: Die Konfiguration beim Ablesen

Nach dem Durchschieben des ganzen Stabpakets zur Seite durch lässt sich das Verfahren mehrfach wiederholen, indem man nur noch den Abstand der Ableseschieber immer wieder abträgt (Bild 7). Die Arbeit mit den Stäben ergibt fortlaufend Zahlen, die nicht durch 2, 3 und 5 teilbar sind und deren Teiler 47 beträgt. Lediglich die Tausenderziffern müssen ergänzt werden. Wollte man alle Teiler berücksichtigen müsste man mit allen 30 Stäben arbeiten. Die Ergebnisse werden analog dem anfangs gezeigten Beispiel bei Glaisher in einem zusätzlich geführten Blatt, einer Art vorläufigen Faktorentabelle, mit dem Teiler 47 gekennzeichnet.
Der nächste Teiler ist 53, mit ihm wird das ganze Verfahren von vorn beginnend wiederholt.
Für das Ergänzen einer vorläufigen Faktorentabelle gibt es eine weitere Vereinfachung, auf die Lambert[9] hinweist. Streicht man aus einer vollständigen Faktorentabelle jedes Auftreten der Teiler 2, 3, 5 heraus, dann folgen gleiche Teiler nicht mehr in gleichem Abstand nacheinander. Es ergibt sich jedoch eine andere Gesetzmässigkeit. Bezeichnet man den Teiler mit t dann treten die Zahlen mit diesem Teiler in den Abständen aus der Folge (6, 4, 2, 4, 2, 4, 6, 2) * t, die periodisch wiederkehrt, auf. Wird die vorläufige Faktorentafel in einer Art von Koordinatensystem gezeichnet, dann lassen sich diese Produkte nach einem Schema eintragen. In welchem Umfang Felkel die Stäbe benutzt, aber auch auf solche Hilfen zurückgegriffen hat ist nicht bekannt.

Abgesehen von den ersten Multiplikationen lässt sich der Gebrauch der Stäbe in wiederkehrende Einzelschritte zerlegen, die mechanisch ablaufen und dadurch tatsächlich eine Vereinfachung bieten. Felkel schlägt vor, dass ein Gehilfe bei der Arbeit unterstützend zur Hand gehen könnte. Er benennt die Rechenleis-

9 Lit. 2, 5. Brief, Lambert an Felkel, v. ?? März 1776.

tung des Systems mit 240, 300 und bis zu 500 Zahlen in einer Stunde sowie von Faktoren von einer bis zwei Millionen in 2927 Stunden, das sind 341 Zahlen pro Stunde und insgesamt, je nach Arbeitsaufwand, ca. eineinhalb Jahre.

Die Grundlagen

Alle ganze positive Zahlen, die nicht durch 2, 3, 5 teilbar sind, lassen sich in der Form

$$2 * 3 * 5 * m + n$$

mit $m = 0, 1, 2,\ldots$ und $n \leq 30$, n teilerfremd zu 2, 3, 5, darstellen.
Daraus ergibt sich die Form

$$30 * m + n \qquad (\#)$$

mit $m = 0, 1, 2,\ldots$ und $n = 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29$

Die ersten Zahlen lauten

$m = 0$	1	7	11	13	17	19	23	29
$m = 1$	31	37	41	43	47	49	53	59
$m = 2$	61	67	71	73	77	79	83	89
…	…							
$m = 99$	(2)971	(2)977	(2)981	(2)983	(2)987	(2)989	(2)993	(2)999

Jede Spalte in dieser Tabelle stellt die Beschriftung eines Stabes dar. Da es sich um nicht durch 2, 3, 5 teilbare Vielfache[10] handelt, sind die Zahlen rot markiert. Die Spalten besitzen eine weitere Eigenschaft. Verlängert man sie nach unten, d. h. über $m = 99$ hinaus, dann wiederholen sich die Ziffern. Hier liegt der Grund, warum man an einen Stab einen zweiten gleichen anlegen kann und warum Felkel die Tausenderziffern auf den Stäben nicht notiert.

Mit den ersten Multiplikationen 47 *(1, …, 29) aus dem Beispiel werden die kleinsten Vielfachen von 47 bestimmt. Sucht man diese Produkte auf den Stäben, so bestimmt man zugleich für jedes Produkt die Werte von m und n in Ausdruck (#), wobei n gleichzeitig die erste Zahl oben auf dem Stab bedeutet. Für die ersten Produkte aus dem Beispiel gilt

47 =	1 * 47	$m = 1$	$n = 17$
329 =	7 * 47	$m = 10$	$n = 29$
517 =	11 * 47	$m = 17$	$n = 7$
611 =	13 * 47	$m = 20$	$n = 11$
799 =	17 * 47	$m = 26$	$n = 19$

---

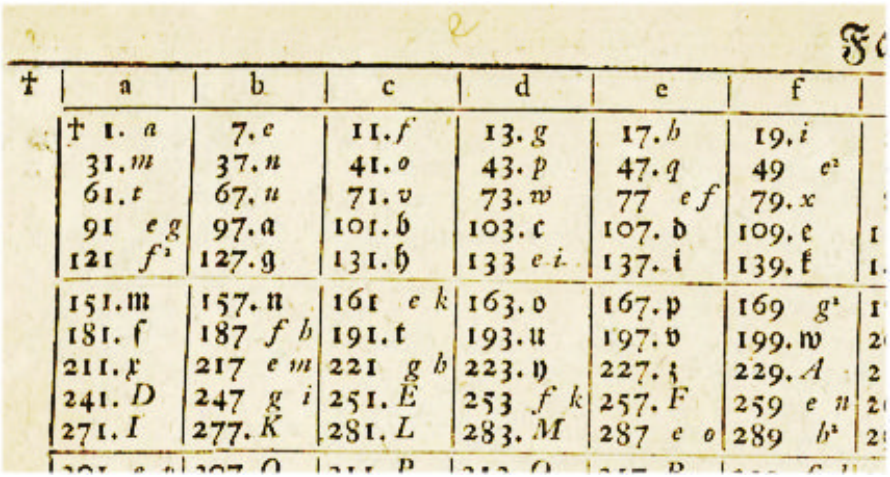
10 Alle positive ganze Zahlen sind darstellbar durch
$30 * m + 1, 2, 3,\ldots, 28, 29, 30$ mit $m = 0, 1, 2,\ldots$ Daraus ergeben sich insgesamt 30 Stäbe mit gleichem schematischen Aufbau wie die roten.

Das nächste Produkt, hier 47 * 31 = 1457, dient zur Bestimmung der Position des zweiten Ableseschiebers. Der Abstand zum ersten Ableseschieber und zu allen folgenden beträgt hier

$$47 * (60 + n) - 47 * (30 + n) = 47 * 30$$

bzw. 47 Felder auf den Stäben. Er ist konstant und unabhängig von n, der Kopfzahl des Stabes, was die Mechanisierung der Berechnungen erheblich erleichtert. Allgemein beträgt bei einem Teiler t der Abstand zweier Ableseschieber 30 * t bzw. t Felder. Der Abstand muss demnach für jeden Teiler nur einmal neu bestimmt werden.

Abschliessend noch ein Blick in die fertige Tafel (Bild 8).



†	a	b	c	d	e	f
† 1. *a*	7. *e*	11. *f*	13. *g*	17. *h*	19. *i*
31. *m*	37. *n*	41. *o*	43. *p*	47. *q*	49 *e²*
61. *t*	67. *u*	71. *v*	73. *w*	77 *e f*	79. *x*
91 *e g*	97. *a*	101. *b*	103. *c*	107. *d*	109. *e*
121 *f²*	127. *g*	131. *h*	133 *e i*	137. *i*	139. *f*
151. *m*	157. *n*	161 *e k*	163. *o*	167. *p*	169 *g²*
181. *f*	187 *f h*	191. *t*	193. *u*	197. *v*	199. *w*
211. *x*	217 *e m*	221 *g h*	223. *y*	227. *z*	229. *A*
241. *D*	247 *g i*	251. *E*	253 *f k*	257. *F*	259 *e n*
271. *I*	277. *K*	281. *L*	283. *M*	287 *e o*	289 *h²*

Bild 8: Anfang der Felkelschen Faktorentafel [5], Ausschnitt

Die Tafel ist nicht einfach im Gebrauch. Um Platz zu sparen setzt Felkel grosse Eingangszahlen zusammen und verwendet an Stelle der Teiler Buchstaben aus lateinischen, altdeutschen und griechischen Alphabeten sowie Zeichenkombinationen. Beispielsweise bedeuten e ≡ 7 oder e^2 ≡ 7 * 7 oder αa ≡ 541. Mehr Erläuterungen zu dieser komplizierten Art der Darstellung gibt Roegel [8a].

Bildnachweis

alle Bilder ohne Quellenangaben sind vom Verfasser erstellt.

Literatur

1 Anonymous. (Rezension von Felkels Buch). In: Allgemeine deutsche Bibliothek, 33(2):494–497, 1778.
URL http://www.ub.uni-bielefeld.de/diglib/aufkl/adb/adb.htm

2 Bernoulli, Johann (Ed.): Johann Heinrich Lamberts deutscher gelehrter Briefwechsel, Bd. 5. Berlin 1785–1787.

3 Bischoff, Johann Paul: Versuch einer Geschichte der Rechenmaschine, Ansbach 1804. München 1990.

4 Bullynck, Maarten: Factor tables 1657–1817, with notes on the birth of number theory. In: Revue d'histoire des mathématiques, 16(2):133–216, 2010.
URL ww.kuttaka.org/FactorTables.pdf

5 Felkel, Anton: Tafel aller einfachen Factoren der durch 2, 3, 5 nicht theilbaren Zahlen von 1 bis 10000000. I. Theil. Enthaltend die Factoren von 1 bis 144000. Wien 1776.
URL http://gdz.sub.uni-goettingen.de/dms/load/img/?PPN=PPN620754826

6 Glaisher, J. W. L.. On factor tables, with an account of the mode of formation of the factor table for the fourth million. In: Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 3(4):99–138, 1878.
URL http://gdz.sub.uni-goettingen.de/dms/load/img/?PPN=PPN601515641

7 Glaisher, J. W. L. et al: Report on Mathematical Tables. In: British Association for the Advancement of Science. Committee for the Calculation of Mathematical Tables; 1873
URL http://www.archive.org/details/cu31924001918857

8 Roegel, Denis: A reconstruction of Felkel's tables of primes and factors (1776),
a) Introduction,
b) Table of Primes,
c) Factors
URL http://locomat.loria.fr

9 University of Illinois at Urbana-Champaign: Number Theory for the Millenium: Felkel
URL http://www.scs.illinois.edu/~mainzv/exhibitmath/exhibit/felkel.htm

10 Williams, Hugh C.:Edouard Lucas and primality testing. New York 1998

Okt 2011
http://www.mechrech.info