Stephan Weiss

# Die Multiplizierstäbe von Genaille und Lucas

## Beschreibung und Vergleich mit den Rechenstäben von Neper

Im Jahr 1885 entwickelte Henri Genaille, ein französischer Eisenbahn-Ingenieur, Multiplizierstäbe[1], die er in Zusammenarbeit mit dem Mathematiker Edouard Lucas in den Handel brachte.

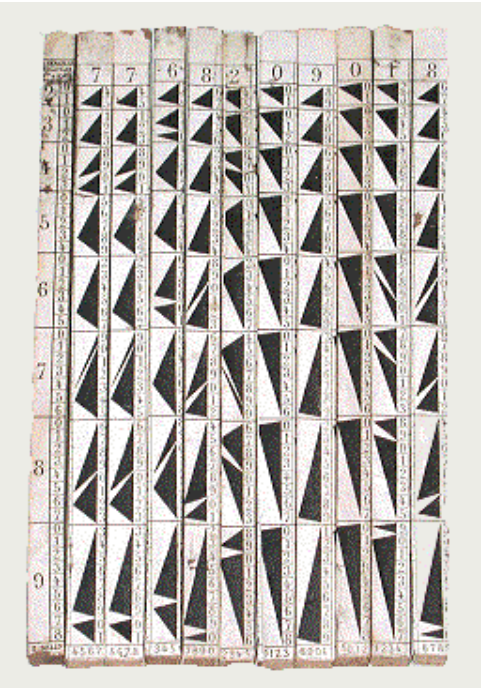


Bild 1:
originale Multiplizierstäbe von Genaille und Lucas

Der Zeitpunkt des Erscheinens fällt in die zweite Hälfte des 19. Jahrhunderts, das gekennzeichnet war durch ein stetes Wachstum der Rechenma-

[1] genannt *Réglettes multiplicatrices*, herausgegeben von Eugène Belin, Paris (s.a.Anh. 4)

schinenindustrie mit steigenden Produktionszahlen, zunächst in Frankreich, dann mit Schwerpunkt in Deutschland. Im gleichen Zeitraum wurden darüber hinaus zahlreiche Rechengeräte und Rechenhilfen entworfen bzw. patentiert [3] und eine nennenswerte Anzahl auch im Handel angeboten. Die Multiplizierstäbe gehören zu den Rechenhilfen aus dieser Zeit, welche grosse Verbreitung erlangten und bis in die zwanziger Jahre des letzten Jahrhunderts bekannt waren [7].
Das besondere Merkmal der Multiplizierstäbe sind ihre charakteristischen schwarzen Dreiecke (Bild 1). In Gesprächen musste ich immer wieder feststellen dass Unklarheit darüber besteht welche Bedeutung diese schwarzen Dreiecke haben und welches Prinzip den Multiplizierstäben zu Grunde liegt. Hierzu wird im folgenden umfassend Auskunft gegeben.
In der französischen Literatur werden die Multiplizierstäbe oft auch als Nachfolger der Rechenstäbe von Neper (1617) bezeichnet. In wieweit dies zutrifft wird ein Vergleich mit letzteren aufzeigen.
Im Vergleich der Funktionen der Rechenstäbe von Neper und der Multiplizierstäbe zeigt sich eine Eigenart erfinderischen Denkens die damit auch ein Prinzip der Konstruktionsmethodik ist: die gleiche Aufgabe lässt sich auf völlig verschiedenen Wegen lösen, wobei unter Umständen ein erster guter Lösungsweg das Finden weiterer Lösungswege erschweren kann. Auf diesen möglichen Standpunkt einer Betrachtung wird der Leser ebenfalls hingewiesen.

## Das schriftliche Multiplizieren und die Rechenstäbe von Neper

Rechenhilfen und damit auch die Multiplizierhilfen, welche ich im folgenden vorstellen werde, sind sehr einfach aufgebaut. Trotzdem erschliesst sich ihre Funktion dem Betrachter nur, wenn dieser in der Lage ist, den Vorgang der Multiplikation mittels solcher Rechenhilfen in allen Einzelschritten nachzuvollziehen. Ich halte es deshalb für angebracht, zunächst auf den Ablauf einer Multiplikation selbst einzugehen.

Als Beispiel sei die Aufgabe 8563 x 3 = gestellt. Die vollständige schriftliche Notation wie wir sie heute ausführen ist in Bild 2 wiedergegeben.
Zunächst werden die Teilprodukte des einstelligen Faktors (hier 3) mit allen Ziffern des mehrstelligen Faktors (hier 8563) gebildet und stellenrichtig[2] untereinander geschrieben. Im Beispiel sind die Teilprodukte

3 x 3 = 9;
6 x 3 = 18,
5 x 3 = 15 und
8 x 3 = 24
zu bilden.

```
   8 5 6 3 x 3
   ------------
           9
     1 8
   1 5
 2 4
 ------------
 2 5 6 8 9
```

Bild 2:
schriftliche Multiplikation
8563 x 3 = 25689

Schliesslich werden die Ziffern der Teilprodukte von rechts beginnend Spalte für Spalte addiert und die Ergebnisse der Additionen niedergeschrieben. Sofern die Summe einer Spalte grösser als 9 ist wird nur die Einerziffer notiert und die Zehnerziffer des Teilergebnisses der nächsten Addition zugeschlagen[3]. Diesen zusätzlich erforderlichen Schritt nennt man den Zehnerübertrag auf die nächste höhere Stelle. Nach allen Arbeitsschritten erhalten wir die Zahl 25689, sie stellt das gesuchte Ergebnis dar.

---

[2] Stellenrichtig deswegen weil wir strenggenommen unter Beachtung des Stellenwertsystems rechnen müssen

8563 x 3 =
3 x 3
+ 60 x 3
+ 500 x 3
+ 8000 x 3

[3] Der Leser wird sich an seine Schulzeit erinnern: ‚sieben und sieben ist vierzehn, schreibe vier, merke eins‘ oder, besonders ausführlich: ‚behalte eins im Sinn‘. Auch ‚eins anschreiben‘ habe ich schon gehört.

Betrachten wir die schriftliche Multiplikation genauer, so erkennen wir, dass in jeder Spalte die Einerziffer eines Teilprodukts und, sofern vorhanden, die Zehnerziffer des rechts vorhergehenden Teilprodukts untereinander stehen und somit addiert werden. Diese Anordnung folgt aus der Notwendigkeit der stellenrichtigen Positionierung. Zudem ergibt jede Spalte eine Ziffer im Ergebnis. Derartige Feststellungen mögen unnötig, da selbstverständlich, erscheinen, für die Analyse der Funktion eines Multipliziergerätes sind sie jedoch unerlässlich.

Nachdem wir nun eine Multiplikationsaufgabe ausgeführt haben können wir die Arbeitsschritte angeben, die zum Ergebnis führen.
Es sind dies

- das Ermitteln der Teilprodukte aller Ziffern des einen Produktfaktors mit den Ziffern des zweiten Produktfaktors,
- das stellenrichtige Anordnen der Teilprodukte,
- die Additionen in jeder Spalte,
- falls notwendig das Ausführen eines Zehnerübertrags von einer Spalte zur nächsten Spalte links,
- das Darstellen des Ergebnisses.

Die aufgeführten Arbeitsschritte beschreiben die Multiplikation vollständig, sie lassen sich daher auch als Merkmale verwenden welche die wesentlichen Funktionen der Multiplizierhilfen benennen oder klassifizieren.

Die Rechenstäbe von Neper, vorgestellt im Jahr 1617 [6], bilden eine schriftliche Multiplikation wie oben gezeigt nahezu identisch ab. Deswegen und weil ein Vergleich mit den Multiplizierstäben vorgenommen werden soll will ich hier kurz auf diese Rechenstäbe eingehen. In der einschlägigen Literatur finden sich ausführliche Darstellungen [5, 7, 9].

Die senkrecht aufgelegten Rechenstäbe oder Streifen tragen oben eine Kopfzahl von 0 bis 9. Darunter folgen nacheinander die Teilprodukte des zwei- bis neunfachen der Kopfzahl. Die Ziffern der Teilprodukte sind durch einen Schrägstrich von links unten nach rechts oben getrennt.
Zum Gebrauch legt man die Stäbe so nebeneinander, dass die Kopfzahlen den ersten mehrstelligen Produktfaktor anzeigen (vgl. Bild 3). Ein links oder rechts zusätzlich angelegter Indexstab erleichtert das Aufsuchen der

betreffenden Zeile, er ist nicht unbedingt erforderlich und hat mit den Teilprodukten selbst nichts zu tun. Sodann sucht man die Zeile des anderen

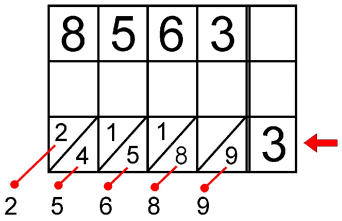



Bild 3:
Zusammenstellung der Rechenstäbe
von Neper für 8563 x 3 = 25689
(die Stäbe sind gekürzt dargestellt)

einstelligen Produktfaktors auf. Rechts beginnend zählt man sodann alle Ziffern zusammen, die sich zwischen Diagonalen gegenüber stehen und schreibt das Ergebnis nieder.

Für die Rechenstäbe von Neper lassen sich die Merkmale ihrer Funktion wie folgt angeben:

- das Ermitteln der Teilprodukte entfällt, sie sind bereits auf den Stäben notiert und durch Auswahl der Produktfaktoren vorgegeben,
- das stellenrichtige Anordnen der Teilprodukte geschieht automatisch beim Zusammenstellen der Stäbe,
- die spaltenweisen Additionen muss der Benutzer vornehmen wobei er durch die diagonalen Linien geleitet wird,
- einen Zehnerübertrag muss der Benutzer erkennen und selbst ausführen,
- das Darstellen des Ergebnisses erfolgt durch Niederschreiben der Ergebnisse der Additionen durch den Benutzer[4].

[4] Der Benutzer der Rechenstäbe muss zum Ausführen von Multiplikationen nur mit den Zahlen sowie mit den Stäben vertraut sein und addieren können. Die Kenntnis des Einmaleins ist nicht erforderlich. Es war sicherlich auch diese Vereinfachung, die den Rechenstäben zu ihrer grossen Bekanntheit und Verbreitung verhalf.

# Der Gebrauch der Multiplizierstäbe von Genaille und Lucas

Die Multiplizierstäbe von Genaille und Lucas sind ähnlich den Rechenstäben von Neper ausgeführt. Auch sie werden zum Multiplizieren eines mehrstelligen Faktors mit einem einstelligen verwendet. Es sind Stäbe mit quadratischem Querschnitt[5] oder Streifen, die am oberen Rand eine Kopfzahl tragen und nach unten hin in acht Felder (auch Fächer genannt) eingeteilt sind. Ein Indexstab, ähnlich dem Indexstab bei Neper, gehört ebenfalls dazu. Die Beschriftung der Fächer auf den Stabseiten ist allerdings völlig anders gestaltet als bei Neper. An Stelle der zwei Ziffern des Teilprodukts sind hier in den Fächern ein oder zwei Dreiecke aufgezeichnet, deren Spitzen nach links zeigen. Am rechten Rand eines jeden Faches finden wir eine Spalte mit untereinander stehenden Ziffern.
Die originale Anleitung ist in Anhang 4 wiedergegeben.

Um den Gebrauch der Stäbe zu erläutern bleibe ich bei dem gewählten Beispiel 8563 x 3 = 25689 (vgl. hierzu Bild 4).
Die Stäbe werden so nebeneinander gelegt, dass ihre Kopfzahlen den ersten Faktor 8563 darstellen. Ganz links wird der Indexstab angelegt, er ist hier im Gegensatz zu Neper zwingend erforderlich. Da mit 3 multipliziert werden soll wählen wir die Zeile, welche auf dem Indexstab mit 3 gekennzeichnet ist. Sodann suchen wir in dieser Zeile auf dem Stab ganz rechts die oben stehende Ziffer (9) und gehen sodann von dieser Ziffer aus nach links zum nächsten Stab und lesen an der Spitze des Dreiecks die Ziffer 8. Diesen Vorgang wiederholen wir bis wir bei der letzen Ziffer (2) auf dem Indexstab angelangt sind. Beim Übergang von einer abgelesenen Ziffer zur nächsten links dürfen die Augen das schwarze Führungsdreieck nicht verlassen. Die von rechts nach links abgelesenen Ziffern 25689 stellen das gesuchte Ergebnis dar. Der ganze Vorgang zur Bestimmung des Ergebnisses ist weitaus schwieriger zu beschreiben als er sich in der Praxis darstellt, deshalb ist in Bild 4 der Ablauf auch grafisch verdeutlicht.

---

[5] Im Original 10 x 10 mm breit und 185 mm lang

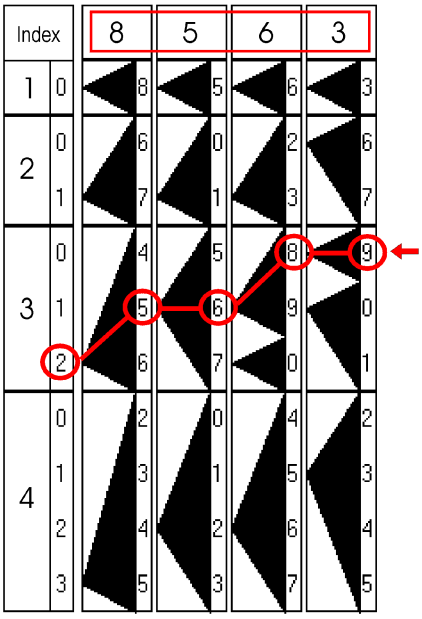



Bild 4:
Zusammenstellung der Multiplizier-stäbe für
8563 x 3 = 25689
(die Stäbe sind gekürzt dargestellt)

Die Ausführung einer Multiplikation zeigt sofort dass Additionen und Zehnerüberträge durch den Benutzer nicht mehr erforderlich sind, das Ergebnis kann unmittelbar ohne Zwischenrechnungen abgelesen werden. Man stellt aber auch fest, dass selbst der wiederholte Gebrauch keine Anhaltspunkte für die Funktion der Multiplizierstäbe bringt.

## Das System der Multiplizierstäbe

Nachdem sich eine Multiplikation so überraschend einfach und ohne jede Zwischenrechnung ausführen lässt stellt sich die Frage wie diese Stäbe funktionieren und welches System ihnen zu Grunde liegt.

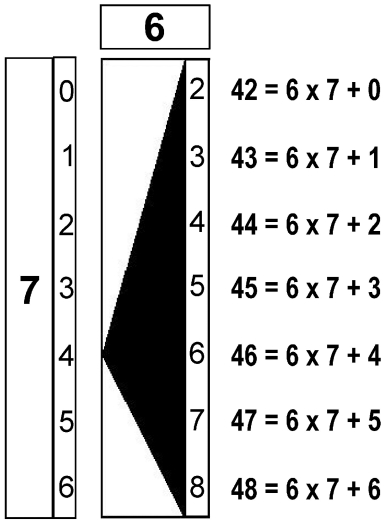



Bild 5:
Das Fach 7 auf dem Stab 6

Als Basis meiner Erklärungen verwende ich das Fach der Zeile 7 auf dem Stab mit der Kopfzahl 6, das in Bild 5 dargestellt ist[6]. Links neben dem betrachteten Fach liegt das entsprechende Fach des Indexstabes, der, wie bereits erwähnt, unbedingt erforderlich ist. Mit anderen Worten: wir fragen wie das Teilprodukt 6 x 7 = 42 dargestellt wird.
Am rechten Rand des Faches stehen untereinander die Ziffern 2, 3... bis 8. Die Ziffer 2 oben in dieser Spalte ist die Einerziffer von 42, und 42 wiederum ist das Produkt aus 6 x 7 oder 6 x 7 + 0.
Die nach unten folgende 3 ist die Einerziffer von 43, und 43 ist das Ergebnis von 6 x 7 + 1 und so fort. Von oben nach unten wird also das Produkt 6 x 7 = 42 um 0, 1, 2 usw. erhöht, es ist jedoch nur die Einerziffer des Zwischenergebnisses angeschrieben.
Die Addition von 0, 1, 2... zum Teilprodukt 42 bedeutet nichts anderes als die Addition der Zehnerziffer des Teilprodukts vom rechts liegenden Stab.

[6] Für die Erklärungen verwende ich ein ausgewähltes Fach, dessen Aufbau im Prinzip natürlich für alle Fächer gilt. Eine allgemeine, für alle Fächer gültige Beschreibung ist schwieriger zu verstehen, sie wird der Vollständigkeit wegen in Anhang 1 gegeben. Anhang 3 zeigt alle Stabbeschriftungen, mit diesem Bild kann der Leser einen Satz von Multiplizierstäben anfertigen.

Mit dieser Erklärung wird auch verständlich, wohin die Spitze des schwarzen Dreiecks zeigt: sie zeigt auf die fünfte Ziffer von oben im Fach des links liegenden Stabes. An dieser Stelle wird also die Zehnerziffer 4 der Zwischenergebnisse 42 bis 48 zum nächsten Teilprodukt addiert, unabhängig davon wie gross dieses Teilprodukt sein mag.
Mit anderen Worten: jedes Fach auf den Multiplizierstäben enthält die um 0, 1. 2,... vermehrten[7] Teilprodukte, wobei alle Einerziffern am rechten Rand des Feldes untereinander angeschrieben sind, die Zehnerziffer hingegen durch die vertikale Lage der Dreiecksspitze repräsentiert wird.

Aus diesem Prinzip der Darstellung der Teilprodukte leiten sich drei Anweisungen bei der Verwendung der Stäbe ab:

- Zum Ablesen des gesuchten Ergebnisses muss auf dem rechten Stab mit der Ziffer ganz oben im gewählten Fach begonnen werden, weil an dieser Stelle keine Zehnerziffer hinzuaddiert wird.
- Links neben den aufgelegten Stäben muss unbedingt der Indexstab angelegt werden, um auch die Zehnerziffer des letzten Teilprodukts ganz links anzuzeigen.
- Beim Ablesen der Ziffern des Ergebnisses dürfen die Augen das Dreieck nicht verlassen. Diese Anweisung gewährleistet dass die richtigen Ziffern abgelesen werden, sie deckt zudem den Fall ab, dass in einem Fach zwei Dreiecke vorhanden sind. Zwei Dreiecke treten auf wenn im gleichen Fach die Zehnerziffer wechselt.

Ein Beispiel für zwei Dreiecke: das Fach der Zeile 3 auf dem Stab 6. Die Teilprodukte lauten dort

6 x 3 + 0 = 18 (Zehnerziffer 1)
6 x 3 + 1 = 19 (Zehnerziffer 1)
6 x 3 + 2 = 20 (Zehnerziffer 2)

Demnach muss es in diesem Fach zwei Dreiecksspitzen geben, eine führt im nächsten Fach die Addition + 1, die andere die Addition + 2 aus.

---

[7] Es stellt sich die Frage wieviel Additionen nach unten in jedem Fach erforderlich sind. In einer Zeile für den einstelligen Produktfaktor $b$ müssen $b - 1$ Additionen nach unten möglich sein. Der Beweis wird in Anhang 2 gegeben.

Für die Multiplizierstäbe lauten die beschreibenden Funktionsmerkmale wie folgt:

- das Ermitteln der Teilprodukte ist nicht notwendig, sie sind bereits auf den Stäben enthalten und werden durch Auswahl der Produktfaktoren vorgegeben,
- das stellenrichtige Anordnen der Teilprodukte geschieht automatisch beim Zusammenstellen der Stäbe,
- die spaltenweisen Additionen werden ohne Zutun des Benutzers beim Ablesen des Ergebnisses ausgeführt,
- ein Zehnerübertrag wird ebenfalls automatisch beim Ablesen ausgeführt,
- die Darstellung des Ergebnisses erfolgt von selbst, es gelten die Ziffern an den Dreieckspitzen, für die Einerziffer des Ergebnisses gibt es eine besondere Regelung. Die Ergebnisziffern stehen allerdings nicht horizontal auf gleicher Höhe.

Ich halte die Multiplizierstäbe insofern für bemerkenswert, als sie nur durch Zusammenstellen der Stäbe, ohne jede weitere Mitarbeit, das Produkt einer mehrstelligen Zahl mit einer einstelligen unmittelbar anzeigen.

Bisher war nur vom Multiplizieren die Rede. Selbstverständlich lassen sich die Rechenstäbe von Neper und die Multiplizierstäbe auch für Divisionsaufgaben verwenden. Für eine Aufgabe wie z.B. 25689 / 8563 = wird der Divisor 8563 mit den Stäben aufgelegt. Durch Vergleich der Vielfachen von 8563 in den Zeilen der Stäbe mit dem Dividenden 25689 wird die erste Ziffer des Quotienten (des Ergebnisses) gefunden. Während die Rechenstäbe von Neper Zeile für Zeile Zwischenrechnungen erfordern zeigen die Multiplizierstäbe die Vielfachen vorteilhaft sofort an.

Der Vergleich der Funktionen beider Multiplizierhilfen ermöglicht einen weiteren Standpunkt der Betrachtung, auf den ich bereits anfangs hingewiesen habe.
Die Rechenstäbe von Neper bilden das Verfahren der sogenannten Gittermultiplikation nach, das zur Zeit der Rechenstäbe schon lange bekannt war und unserem schriftlichen Verfahren heute sehr ähnlich ist. Dieser Umstand macht die Rechenstäbe unmittelbar verständlich, er kann aber auch ein Hindernis sein, wenn ein noch besserer Lösungsweg für eine Multipli-

zierhilfe der gleichen Bauart gefunden werden soll. Wie die Multiplizierstäbe von Genaille und Lucas verdeutlichen besteht eine bessere Lösung nämlich darin, dass die bisher gewählte Ziffernanordnung mit ihrer Anschaulichkeit nicht verändert, sondern vollständig aufgegeben wird. An ihre Stelle tritt ein ganz neues, relativ kompliziertes und unanschauliches System, das Teilprodukte einschliesslich hinzu addierter Zahlen mittels einer Kombination aus Ziffern und grafischen Elementen darstellt. Dieses neue System hat dem alten gegenüber jedoch den Vorteil, dass das Ergebnis von selbst angezeigt wird.

## Vorläufer und Nachfolger

Die Zehnerziffer eines Teilprodukts durch einen Zeiger (das Dreieck auf den Multiplizierstäben) zu ersetzen war für die Ausgestaltung der Multiplizierstäbe der wesentliche Ansatz, neu war diese Idee hingegen nicht.

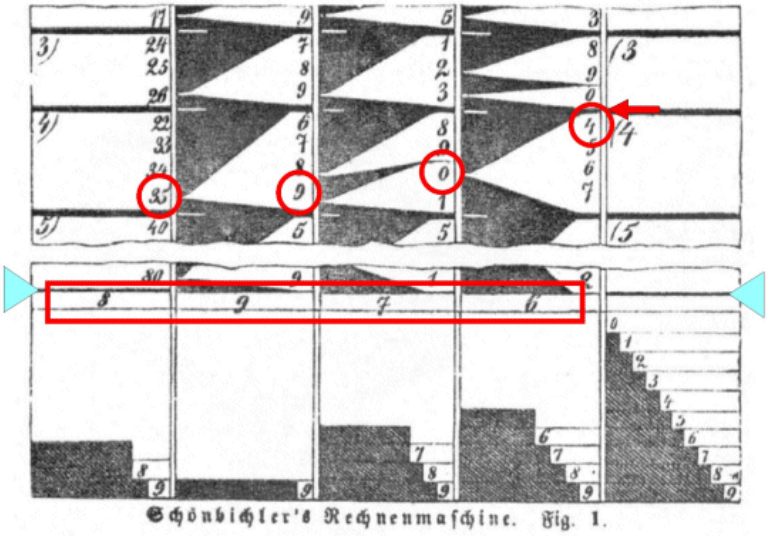



Bild 6:
Die Rechenmaschine von Schönbichler, oberhalb des Falzes gekürzt dargestellt.

Im Jahr 1850 veröffentlichte die Leipziger Illustrierte Zeitung einen Artikel [4] mit dem Titel *Neue Rechnenmaschine Multiplicationsregister von Carl Schönbichler in Wien*. Eines der Bilder aus diesem Artikel ist mit zusätzlichen Symbolen in Bild 6 dargestellt.

Am besten stellt man sich zunächst ein geöffnetes Schulheft vor. Der Falz der Blätter liegt allerdings nicht links und senkrecht zum Leser sondern quer, man müsste also von oben nach unten bzw. umgekehrt blättern. Die waagerechte Lage des Falzes ist in Bild 6 mit zwei blauen Dreiecken gekennzeichnet. Des weiteren liegen vor dem Betrachter nebeneinander fünf Pakete mit Streifen. Diese Streifen sind mittels eines Registers auswählbar und können nach oben geklappt werden. Am rechten Streifenpaket wird der einstellige Produktfaktor (hier 4) ausgewählt und der zugehörige Streifen nach oben geklappt. Auf den anderen Streifen stellt man ebenfalls durch aufklappen die Ziffern des mehrstelligen Produktfaktors (hier 8976, im Bild durch ein Rechteck gekennzeichnet) ein. Auf der Rückseite der Streifen, also oberhalb des Falzes, sind die gleichen Fächer sichtbar wie auf den Multiplizierstäben von Genaille und Lucas. Kleine Abweichungen bestehen nur darin, dass die Dreiecke weiss auf schwarzem Grund gezeichnet sind und der Streifen ganz links mit dem Indexstab zusammengefasst ist. Diese Rechenhilfe wird analog den Multiplizierstäben verwendet, das Verfahren des Ablesens ist identisch. Die Ziffern des Ergebnisses sind in Bild 6 mit roten Kreisen markiert, das Ergebnis lautet 8976 x 4 = 35904. Über eine Herstellung dieses Rechengerätes und den Vertrieb in grösserer Stückzahl ist mir nichts bekannt. Auch kann ich die Frage, ob Genaille den Entwurf von Schönbichler kannte, nicht beantworten.

Henri Genaille war ein Erfinder mit grossem Einfallsreichtum. Er entwarf Varianten der Multiplizierstäbe und brachte zusammen mit Edouard Lucas die *Réglettes multisectrices* zur Teilung mehrstelliger Dividenden durch einen einstelligen Divisor sowie die *Réglettes financières* für Prozentrechnungen in den Handel[8]. Rechenapparate die über das System der Stäbe hinausgehen stammen ebenfalls von ihm [3, 9]. Ich gehe hier auf diese Geräte nicht näher ein, vielmehr möchte ich beschreiben wie eine mögliche Verbesserung der Multiplizierstäbe aussehen kann, weil uns der Prototyp dazu erhalten geblieben ist.

In einer Sammlung werden Multiplizierstäbe (hier in Form von Streifen aus Karton mit den Abmessungen 23,5 x 2,5 cm) aufbewahrt, die in Bild 7

---

[8] An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass Genaille und Lucas auch Rechenstäbe nach dem Prinzip von Neper, genannt *Les Réglettes Népériennes* in den Handel brachten.

wiedergegeben sind. Sie wurden um die Wende des 19. zum 20. Jahrhundert in Frankreich hergestellt und dienten mit grosser Wahrscheinlichkeit als Versuchsmuster zur Erprobung einer verbesserten Art der Ergebnisdarstellung. Deutlich ist die Aufteilung der Streifen nach dem Muster der Multiplizierstäbe mit nach links weisenden Dreiecken, hier durch Bleistiftstriche markiert, zu erkennen. An Stelle der Dreiecksspitzen sind Löcher in den Karton gestanzt. Beim Auflegen der Streifen überdeckt der jeweils rechts liegende die Spalte der Einerziffern auf dem nächsten links liegenden Streifen. Nur die Löcher lassen einen Blick auf die jeweilige Ziffer frei. Weil nur die Ergebnisziffern sichtbar sind soll auf diese Weise das Ablesen des Ergebnisses erleichtert werden.
Soweit mir bekannt ist keine kommerzielle Ausfürung dieser Streifen in

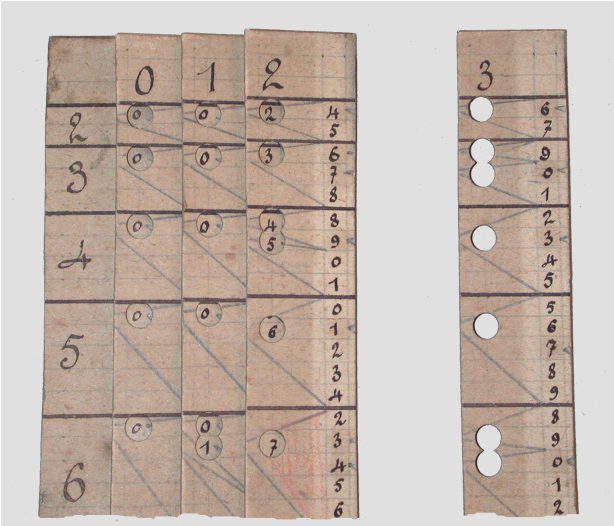


Bild 7:
Versuchsmuster zur Verbesserung der Multiplizierstäbe von Genaille und Lucas

den Handel gekommen.

Nachdem wir die Funktion der Multiplizierstäbe von Genaille und Lucas kennen gelernt haben und auch auf die Rechenstäbe von Neper eingegangen sind sei abschliessend die anfangs gestellte Frage wieder aufgenommen: sind die Multiplizierstäbe die Nachfolger der Rechenstäbe von Neper? In der historischen Abfolge und aufgrund der Tatsache, dass sie aus Stäben bestehen, sicherlich. Weitere Gemeinsamkeiten gibt es nicht, vor allem die für Neper charakteristische Gegenüberstellung von Einer- und Zehnerziffern fehlt. Bei Dyck [2] werden die Multiplizierstäbe eine Vervollkommnung der Rechenstäbe von Neper genannt, Schrutka [7] be-

zeichnet sie als Verbesserung. Mit diesen Bezeichnungen wird meines Erachtens die Art der Nachfolge zutreffend benannt.

# Anhang 1

Die allgemeine Beschreibung eines Faches auf den Multiplizierstäben bei Schrutka [7]:

„Ist die Kopfziffer etwa $a$, so enthält das $b$-te Fach das Produkt in der Weise, dass die Einerziffer von $a\,b$ und die $b - 1$ darauffolgenden Ziffern (wobei 0 als auf 9 folgend angesehen wird) untereinander geschrieben und links davon ein Dreieck gezeichnet ist, das mit der Grundlinie an diesen Ziffern anliegt und mit der Spitze um so viele Stufen tiefer führt, als $a\,b$ Zehner aufweist. Das Dreieck umfasst das ganze Fach, nur wenn ein Übergang von 9 auf 0 vorkommt, so reicht es nur bis 9 und die Ziffern 0, 1 ... erhalten ein zweites Dreieck, das noch um eine Stufe tiefer führt.“

# Anhang 2

Zur Anzahl der Additionen in jedem Fach bei Schrutka [7]:

Multipliziert man eine Zahl mit der einziffrigen Zahl $b$, so sind bei jedem Schritt höchstens $b - 1$ Zehner zu übertragen. Die grösste Anzahl Zehner entsteht offenbar, wenn die Ziffern des Multiplikanden (mehrstelligen Faktors) Neuner sind. Nun hat das Produkt
$9b = 10b - b = 10(b - 1) + (10 - b)$
$b - 1$ Zehner und selbst bei den folgenden Schritten kommen nie mehr als $b - 1$ Zehner zustande, weil $9b + b - 1 = 10(b - 1) + 9$.

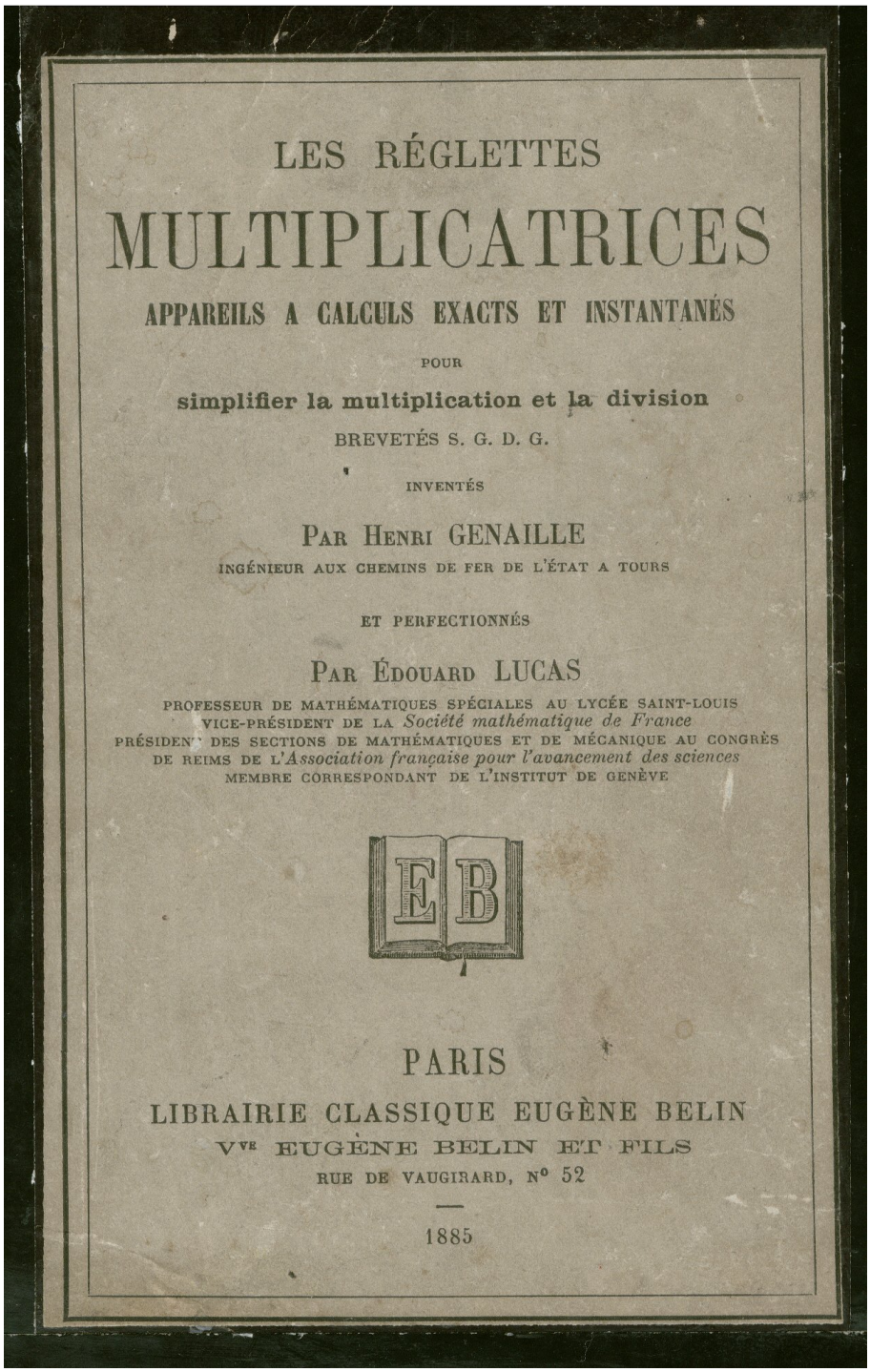
# Anhang 3

## Alle Beschriftungen der Multiplizierstäbe

| Index | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2 | 0 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 |
| | 1 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 |
| 3 | 0 | 0 | 3 | 6 | 9 | 2 | 5 | 8 | 1 | 4 | 7 |
| | 1 | 1 | 4 | 7 | 0 | 3 | 6 | 9 | 2 | 5 | 8 |
| | 2 | 2 | 5 | 8 | 1 | 4 | 7 | 0 | 3 | 6 | 9 |
| 4 | 0 | 0 | 4 | 8 | 2 | 6 | 0 | 4 | 8 | 2 | 6 |
| | 1 | 1 | 5 | 9 | 3 | 7 | 1 | 5 | 9 | 3 | 7 |
| | 2 | 2 | 6 | 0 | 4 | 8 | 2 | 6 | 0 | 4 | 8 |
| | 3 | 3 | 7 | 1 | 5 | 9 | 3 | 7 | 1 | 5 | 9 |
| 5 | 0 | 0 | 5 | 0 | 5 | 0 | 5 | 0 | 5 | 0 | 5 |
| | 1 | 1 | 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | 1 | 6 |
| | 2 | 2 | 7 | 2 | 7 | 2 | 7 | 2 | 7 | 2 | 7 |
| | 3 | 3 | 8 | 3 | 8 | 3 | 8 | 3 | 8 | 3 | 8 |
| | 4 | 4 | 9 | 4 | 9 | 4 | 9 | 4 | 9 | 4 | 9 |
| 6 | 0 | 0 | 6 | 2 | 8 | 4 | 0 | 6 | 2 | 8 | 4 |
| | 1 | 1 | 7 | 3 | 9 | 5 | 1 | 7 | 3 | 9 | 5 |
| | 2 | 2 | 8 | 4 | 0 | 6 | 2 | 8 | 4 | 0 | 6 |
| | 3 | 3 | 9 | 5 | 1 | 7 | 3 | 9 | 5 | 1 | 7 |
| | 4 | 4 | 0 | 6 | 2 | 8 | 4 | 0 | 6 | 2 | 8 |
| | 5 | 5 | 1 | 7 | 3 | 9 | 5 | 1 | 7 | 3 | 9 |
| 7 | 0 | 0 | 7 | 4 | 1 | 8 | 5 | 2 | 9 | 6 | 3 |
| | 1 | 1 | 8 | 5 | 2 | 9 | 6 | 3 | 0 | 7 | 4 |
| | 2 | 2 | 9 | 6 | 3 | 0 | 7 | 4 | 1 | 8 | 5 |
| | 3 | 3 | 0 | 7 | 4 | 1 | 8 | 5 | 2 | 9 | 6 |
| | 4 | 4 | 1 | 8 | 5 | 2 | 9 | 6 | 3 | 0 | 7 |
| | 5 | 5 | 2 | 9 | 6 | 3 | 0 | 7 | 4 | 1 | 8 |
| | 6 | 6 | 3 | 0 | 7 | 4 | 1 | 8 | 5 | 2 | 9 |
| 8 | 0 | 0 | 8 | 6 | 4 | 2 | 0 | 8 | 6 | 4 | 2 |
| | 1 | 1 | 9 | 7 | 5 | 3 | 1 | 9 | 7 | 5 | 3 |
| | 2 | 2 | 0 | 8 | 6 | 4 | 2 | 0 | 8 | 6 | 4 |
| | 3 | 3 | 1 | 9 | 7 | 5 | 3 | 1 | 9 | 7 | 5 |
| | 4 | 4 | 2 | 0 | 8 | 6 | 4 | 2 | 0 | 8 | 6 |
| | 5 | 5 | 3 | 1 | 9 | 7 | 5 | 3 | 1 | 9 | 7 |
| | 6 | 6 | 4 | 2 | 0 | 8 | 6 | 4 | 2 | 0 | 8 |
| | 7 | 7 | 5 | 3 | 1 | 9 | 7 | 5 | 3 | 1 | 9 |
| 9 | 0 | 0 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| | 1 | 1 | 0 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 |
| | 2 | 2 | 1 | 0 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 |
| | 3 | 3 | 2 | 1 | 0 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 |
| | 4 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 |
| | 5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 9 | 8 | 7 | 6 |
| | 6 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 9 | 8 | 7 |
| | 7 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 9 | 8 |
| | 8 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 9 |

# Anhang 4

Beschriftungen innen und aussen am Deckel der Schachtel zur Aufbewahrung



LES RÉGLETTES

MULTIPLICATRICES

APPAREILS A CALCULS EXACTS ET INSTANTANÉS

POUR

simplifier la multiplication et la division

BREVETÉS S. G. D. G.

INVENTÉS

PAR HENRI GENAILLE

INGÉNIEUR AUX CHEMINS DE FER DE L'ÉTAT A TOURS

ET PERFECTIONNÉS

PAR ÉDOUARD LUCAS

PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES AU LYCÉE SAINT-LOUIS
VICE-PRÉSIDENT DE LA *Société mathématique de France*
PRÉSIDENT DES SECTIONS DE MATHÉMATIQUES ET DE MÉCANIQUE AU CONGRÈS
DE REIMS DE L'*Association française pour l'avancement des sciences*
MEMBRE CORRESPONDANT DE L'INSTITUT DE GENÈVE

PARIS

LIBRAIRIE CLASSIQUE EUGÈNE BELIN

VVE EUGÈNE BELIN ET FILS

RUE DE VAUGIRARD, N° 52

1885

# INSTRUCTION POUR LES MULTIPLICATRICES

Cette boîte renferme onze réglettes; l'une fixe, à gauche, est divisée en compartiments numérotés de **2** à **9**; les dix autres réglettes mobiles peuvent être juxtaposées dans un ordre quelconque de plus de *trois millions* de manières différentes; les quatre faces portent des chiffres et des dessins qui correspondent à des chiffres de **0** à **9** placés en tête des dix réglettes; les quatre chiffres plus petits placés en bas reproduisent les chiffres supérieurs des quatre faces de chaque réglette; ainsi le nombre 4567 placé en bas indique que la réglette porte en tête sur ses quatre faces les chiffres **4, 5, 6, 7.**

*Multiplication.* — Après avoir retiré toutes les réglettes de la boîte, prenons par exemple quatre réglettes et juxtaposons-les à la droite de la règle fixe, de telle sorte que les chiffres supérieurs forment le nombre **7243**; on lira instantanément le produit de ce nombre par les neuf premiers. Pour lire le produit par **9**, on se reporte sur la réglette de droite, en haut du compartiment numéroté **9** dans la réglette fixe; on trouve ainsi le chiffre 7; on se dirige à gauche, en restant dans l'angle noir, vers son sommet, et l'on rencontre le chiffre 8 sur la seconde réglette; puis, en se reportant à gauche, au sommet de l'angle noir, on rencontre le chiffre 1 sur la troisième réglette; puis le chiffre 5 sur la quatrième et enfin le chiffre 6 sur la réglette fixe. Ainsi le produit de **7243** par **9** est 65187.

Dans les autres compartiments on lit les produits partiels de **7243** par les autres nombres. Par suite la multiplication par un nombre qui a 2, 3, 4, 5,... chiffres n'est plus que l'addition de 2, 3, 4, 5,.., produits partiels.

*Division.* — On écrit avec les réglettes les chiffres du diviseur; on a instantanément tous les produits partiels de ce diviseur. On a donc, sans tâtonnements, chacun des chiffres du quotient dont on retranche successivement le produit par le diviseur du dividende correspondant.

Si l'on veut opérer sur des grands nombres ayant plus de dix chiffres, il suffit de juxtaposer plusieurs boîtes, mais on ne tient compte que d'une seule réglette fixe, à la gauche.

Nota. — Avant de lire les produits, il est bon d'incliner la boîte et de frapper légèrement la partie inférieure contre la table, afin d'aligner les réglettes sur le bord inférieur.

# Literatur

[1] Conservatoire National Des Arts Et Métierts: Catalogue du musée, section A: instruments et machines à calculer. Paris 1942

[2] DYCK, W.: Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente. München 1892

[3] Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften, 1. Bd.: Arithmetik und Algebra, 2. Tl., Leipzig 1900 – 1904 (hier Kap. F1: Numerisches Rechnen, Abschn. 12: Multiplikations- und Divisionsapparate)

[4] Leipziger Illustrirte Zeitung vom 22. Juni 1850, S. 396 (hier Abschn. ‚Neue Rechnenmaschine – Multiplicationsregister - von Carl Schönbichler in Wien‘)

[5] MARGUIN, J.:Histoire des instruments et machines à calculer. Paris 1994

[6] NEPER, J.: Rabdologiae seu numerationis per virgulas libri duo. Edinburgh 1617, Faksimiledruck Osnabrück 1966

[7] SCHRUTKA, L.: Zahlenrechnen. Leipzig 1923 (hier Abschn. 56)

[8] WEISS, S.: Die Multipliziertafeln, ihre Ausgestaltung und Verwendung in frühen Rechengeräten. Ergolding 1984

[9] WEISS, S.: Die Rechenstäbe von Neper, ihre Varianten und Nachfolger. Ergolding 1985

[10] WILLIAMS, M. R.: From Napier to Lucas: The Use of Napier’s Bones in Calculating Instruments. In: Annals of the History of Computing, Vol. 5, N. 3, 1983

# Bildnachweis

Alle Bilder sind Fotos oder Zeichnungen des Verfassers,
Bild 6 unter Verwendung eines Bildes aus [4]

© Copyright Stephan Weiss 10/2003, 10/2004