Stephan Weiss

Grüsons zweite und dritte Rechenscheibe für Währungen

Dieser Aufsatz schliesst thematisch an den vorhergehenden [8] an. Während dort Grüsons erste und öffentlich angebotene Rechenscheibe sowie die Auseinandersetzung um das Neue an der Erfindung im Vordergrund stehen wird hier auf zwei modifizierte Rechenscheiben eingegangen. Als einzige Quelle für verwertbare Informationen steht die Schrift von Klewiz [5] zur Verfügung. Er beschreibt eingehend Grüsons erste Scheibe und berichtet, dass der Erfinder zwei weitere Varianten entworfen hat. Grüson selbst hat hierüber nichts verlauten lassen, auch nicht in der zweiten Auflage der Beschreibung seiner ursprünglichen Rechenscheibe[1] aus dem Jahr 1795 [4]. Andere Quellen sind mir nicht bekannt.
Die beiden Rechenhilfen verdienen insofern Beachtung als sie zu den ganz wenigen gehören, die für das Rechnen mit benannten Zahlen eingerichtet sind. Unter benannten Zahlen versteht man die Anzahl gezähler Dinge. Desberger drückt das 1836 in seiner *Arithmetik von der Rechnung mit benannten Zahlen* [3] so aus:

> „Denkt man sich also unter der Einheit irgend ein bestimmtes einzelnes Ding, so heissen die Zahlen, welche die Menge solcher Dinge ausdrücken, benannte Zahlen. So wird z. B. die Zahl 5 eine benannte Zahl, wenn man sich darunter 5 Gulden, oder 5 Pfunde, u.s.w. vorstellt.“

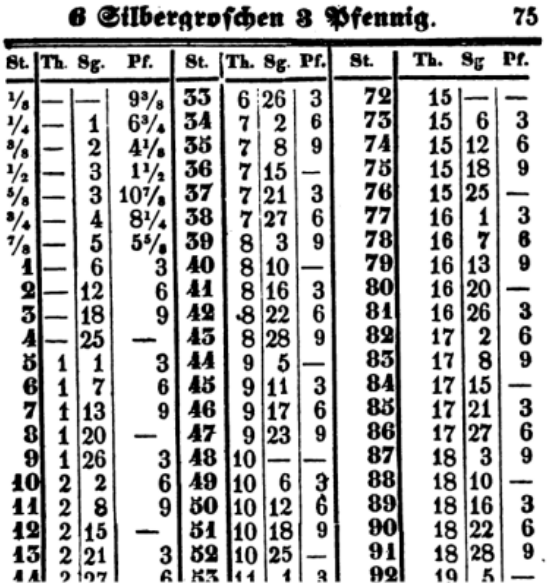
Klewiz meint mit benannten Zahlen im besonderen die Währungseinheiten zu seiner Zeit. Am Anfang seiner Rechenbeispiele stellt er die Währungen mit ihren nicht dezimalen Umrechnungsfaktoren zusammen:

1 Gulden = 16 Groschen,
1 Taler = 36 Mariengroschen,
1 Taler = 24 Groschen,
1 Groschen = 12 Pfennige.

Längen-, Gewichts- und Volumenangaben fussten ebenfalls auf nicht dezimal unterteilten Masseinheiten. Um die aufwendigen Rechnungen mit diesen Einheiten zu erleichtern benutzte man ab dem 16. Jahrhundert gedruckte und als Buch gebundene Rechenhilfstabellen, im Deutschen *Rechenknechte,* später auch *Faulenzer* genannt [2, 6, 7 Kap. 6]. Bild 1 zeigt eine gekürzte Seite aus dem *Neuen*

1 Die zweite Auflage der Broschüre enthält eine Abbildung der ursprünglichen ersten Rechenscheibe. Sie ist in Anhang 1 wiedergegeben und entspricht der Darstellung die Bischoff gibt.

Rechenknecht von 1842 [1] mit Vielfachen des Preises 6 Silbergroschen und 3 Pfennige. Derartige Rechenhilfen in tabellarischer Form waren weit verbreitet und wurden immer wieder aufgelegt, was auf eine grosse Nachfrage schliessen lässt.



6 Silbergroſchen 3 Pfennig. 75

St.	Th.	Sg.	Pf.	St.	Th.	Sg.	Pf.	St.	Th.	Sg	Pf.
1/8	—	—	9 3/8	33	6	26	3	72	15	—	—
1/4	—	1	6 3/4	34	7	2	6	73	15	6	3
3/8	—	2	4 1/8	35	7	8	9	74	15	12	6
1/2	—	3	1 1/2	36	7	15	—	75	15	18	9
5/8	—	3	10 7/8	37	7	21	3	76	15	25	—
3/4	—	4	8 1/4	38	7	27	6	77	16	1	3
7/8	—	5	5 5/8	39	8	3	9	78	16	7	6
1	—	6	3	40	8	10	—	79	16	13	9
2	—	12	6	41	8	16	3	80	16	20	—
3	—	18	9	42	8	22	6	81	16	26	3
4	—	25	—	43	8	28	9	82	17	2	6
5	1	1	3	44	9	5	—	83	17	8	9
6	1	7	6	45	9	11	3	84	17	15	—
7	1	13	9	46	9	17	6	85	17	21	3
8	1	20	—	47	9	23	9	86	17	27	6
9	1	26	3	48	10	—	—	87	18	3	9
10	2	2	6	49	10	6	3	88	18	10	—
11	2	8	9	50	10	12	6	89	18	16	3
12	2	15	—	51	10	18	9	90	18	22	6
13	2	21	3	52	10	25	—	91	18	28	9
14	2	27	6	53	11	1	3	92	19	5	—

Bild 1: Rechenknecht, Ausschnitt [1]

Über Rechengeräte für das Rechnen mit nicht dezimalen Einheiten hingegen ist so gut wie nichts überliefert. Man findet sie, ebenso wie später mechanische Maschinen für diesen Zweck, sehr selten. Wahrscheinlich ist dieser Umstand nicht auf die geringe Nachfrage, sondern vielmehr auf die notwendig hohe Komplexität derartiger Mechanismen zurückzuführen. Aus diesem Grund verdienen Grüsons Varianten seiner Rechenscheibe Beachtung, denn sie sind ein Versuch, das Rechnen mit nicht dezimalen Einheiten auf möglichst einfachem Weg zu mechanisieren. Unter diesem Blickwinkel tritt die Frage, ob die Geräte tatsächlich im Einsatz waren, in den Hintergrund.

Die zweite Rechenscheibe

Klewiz schreibt

> „Zweite Scheibe. Sie ist ganz nach den Grundsätzen der Multiplikations= und Divisions= Tafeln auf der ersten, aber für die Zahlen 12, 16, 24 und 36 entworfen, und enthält daher 4 Tafeln mit diesen Nummern.“

Die vier genannten Produktfaktoren entsprechen den oben angegebenen Unterteilungen der Währungseinheiten. Dementsprechend umfassen die zu den Teilprodukten addierten Summanden am äusseren Rand die Werte 0 bis 11, 0 bis 15, 0 bis 23 und 0 bis 35. Wir finden beispielsweise im Sektor der Zahl 24 in einer ra-

dialen Zeile von innen nach aussen die Produkte 1x24, 2x24 bis 9x24, vermehrt um die Zahl, die am äusseren Rand steht. Wie bereits im vorhergehenden Aufsatz erläutert dienen diese Summanden am Rand als Übertrag bei der Multiplikation einer mehrstelligen Zahl. Die Multiplikation läuft analog dem Gebrauch der ersten Scheibe ab. Umgekehrt findet man, den Weiser neben eine Zahl als Dividend[2] gestellt, auf dem Weiser den Quotienten und am Rand dieser radialen Zeile den Divisionsrest. Die Nummer des benutzten Sektors entspricht dem Divisor. Bei der Division zeigt diese Bauart der Scheibe ihren besonderen Vorteil. Die Divisionsreste am äusseren Rand eines jeden Sektors benennen nämlich Bruchteile. So bedeuten im Sektor 24 die Reste 0, 1/24, 2/24 usw. bis 23/24, ebenso im Sektor 36 die Reste 0, 1/36, 2/36 usw. bis 35/36. Analoges gilt für alle anderen Sektoren. Dividiert man demnach mit Hilfe von

Sektor 12 Groschen, dann zeigt der Rand Reste in Pfennigen,
Sektor 16 Gulden, Reste in Groschen,
Sektor 24 Taler, Reste in Groschen,
Sektor 36 Taler, Reste in Mariengroschen.

Im Anhang 3 sind Rechenbeispiele hierzu aufgeführt.

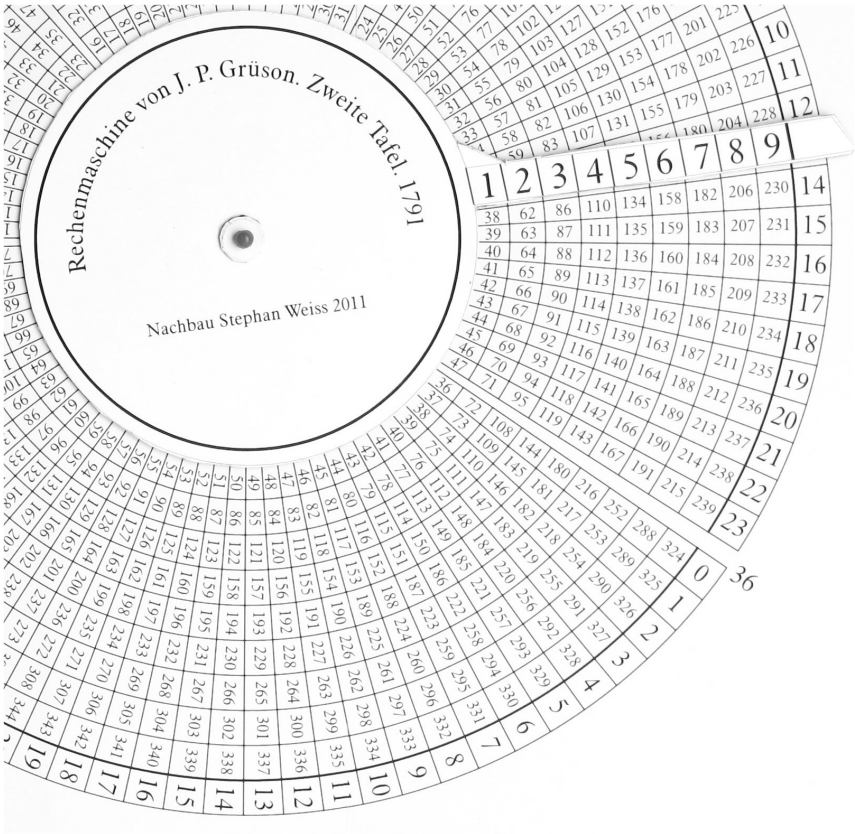


Bild 2: Nachbau der zweiten Rechenscheibe, Ausschnitt

2 Dividend / Divisor = Quotient

Klewiz informiert

> „Diese zweite Scheibe wird unter dem Titel: 'Rechenmaschine von J. P. Grüson. Zweite Tafel. 1791.' nächstens herauskommen."

Ein Beleg dafür, dass sie tatsächlich angeboten wurde, ist mir nicht bekannt.

Für Arbeiten mit der Scheibe habe ich einen Nachbau gefertigt. Das Layout wurde mit dem Grafikprogramm *Processing*[3] erstellt. Bild 2 zeigt einen Ausschnitt des Nachbaus. Da eine originale Vorlage nicht existiert musste der Durchmesser der Scheibe zweckmässig gewählt werden. Die Scheibe enthält 792 zwei- und dreistellige Produktzahlen in 88 radialen Zeilen. Der Durchmesser der ersten Scheibe von 22 cm reicht hier für eine akzeptable Lesbarkeit der Zahlen nicht aus. Er beträgt jetzt 27 cm.
Klewiz erwähnt einen zusätzlichen inneren Rand der Sektoren mit Divisionsresten, dessen Nutzen nicht klar ist, weil bereits der äussere Rand Bruchteile in der nächst kleineren Währungseinheit anzeigt. Er wurde deshalb weggelassen.

Die dritte Rechenscheibe

In Klewiz' Broschüre wird weiterhin eine dritte modifizierte Rechenscheibe genannt, die auf der ersten bekannten aufbaut:

> „Auch die erste Scheibe hat Herr Grüson auf benannte Zahlen, nemlich Thaler, Groschen, und Pfennige eingerichtet."

Die Modifikation besteht darin, dass auch hier wie schon bei der zweiten Scheibe die Divisionsreste in der nächst kleineren Währungseinheit ausgedrückt werden. Beispielsweise bedeuten die Ziffern 1 und 2 am Rand des Sektors 3 die Brüche 1/3 und 2/3. Bezeichnen die Zahlen innerhalb des Sektors Taler, dann bedeuten die Brüche 1/3 Taler und 2/3 Taler und das sind 8 und 16 Groschen. Bezeichnen jedoch die Zahlen innerhalb des Sektors Groschen, dann benennen eben diese Brüche 4 und 8 Pfennige. Grüson bringt beide benannte Reste auf der Scheibe an, für Taler deren Bruchteile in Groschen und Pfennigen am äusseren Rand, die Bruchteile von Groschen in Pfennigen am inneren Rand der Sektoren. Nur hier finden wir auch Bruchteile von Pfennigen, etwa 6 2/3 oder 7 1/2 notiert.
Die Sektoren 5 und 7 machen eine Ausnahme von dieser Ersetzung, sie werden anders behandelt als die übrigen. Für den Sektor 5 setzt Grüson jedes Fünftel des Restes mit 5 Groschen am äusseren Rand und mit 5 Pfennigen am inneren Rand gesetzt. Der Rest 4 bedeutet demnach 20 Groschen oder 20 Pfennige. Für den Sektor 7 wird jedes Siebentel gleich 7 Groschen bzw. 7 Pfennige gesetzt. Diese Ersetzungen sind natürlich nicht richtig. Klewiz weist ausdrücklich darauf hin, dass die Sektoren 5 und 7 bei Rechnungen mit Währungen nur für Proportionsrechnungen verwendet werden dürfen. An dieser Stelle zeigt sich der Vorteil historischer nicht dezimaler Umrechnungsfaktoren. Sie sind häufig so gewählt, dass sie sich durch 2, 3 und ihre Vielfache ohne Rest teilen lassen. Warum Grüson

3 URL http://processing.org

Fünftel- und Siebentel-Brüche vermeidet mag hier seinen Grund haben. Grüson verwendet dennoch die Sektoren 5 und 7 für Rechnungen mit Währungen. Er gibt dazu sechs Faustformeln, die auch die Zahl 11 einschliessen. Diese Faustformeln entsprechen nicht den vorgegebenen Umrechnungen und sind nur unter bestimmten Voraussetzungen gültig. Ein Beispiel hierzu gibt der Anhang 3 unter Nr. 4. Bemerkenswert ist, dass Grüson auch hierbei Fünftel- und Siebentel-Brüche vermeidet.

Klewiz fügt seiner Broschüre zwei Tabellen mit allen zusätzlich notwendigen Eintragungen bei, sodass jeder Benutzer seine Rechenscheibe erster Art selbst erweitern kann.
Auch diese dritte Rechenscheibe habe ich für Proberechnungen nachgebaut, sie ist in Bild 3 dargestellt. Da diese Scheibe auf der ersten aufbaut wurde deren Einteilung einschliesslich des Sektors für Addition / Subtraktion beibehalten. Während der Arbeit mit dieser Scheibe stellte sich heraus, dass vorteilhaft neben den Resten in Währungseinheiten auch die Reste in Bruchteilen wie ursprünglich beibehalten werden sollten. Nur so kann die Rechenscheibe sowohl für Rechnungen in Währungen als auch für Rechnungen mit unbenannten Zahlen verwendet werden.
Im Anhang sind Rechenbeispiele auch mit dieser Scheibe ausgeführt.

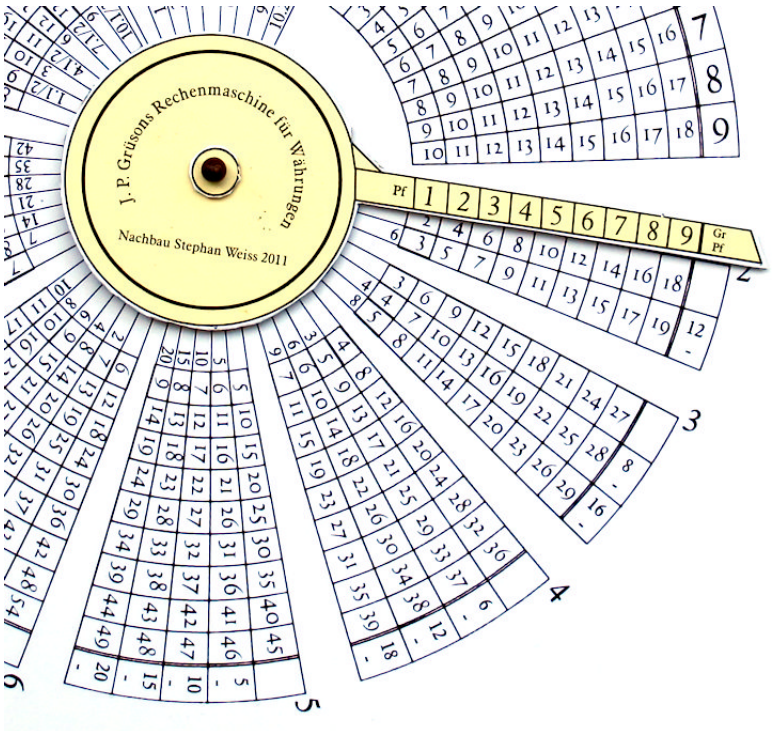


Bild 3: Nachbau der dritten Rechenscheibe, Ausschnitt

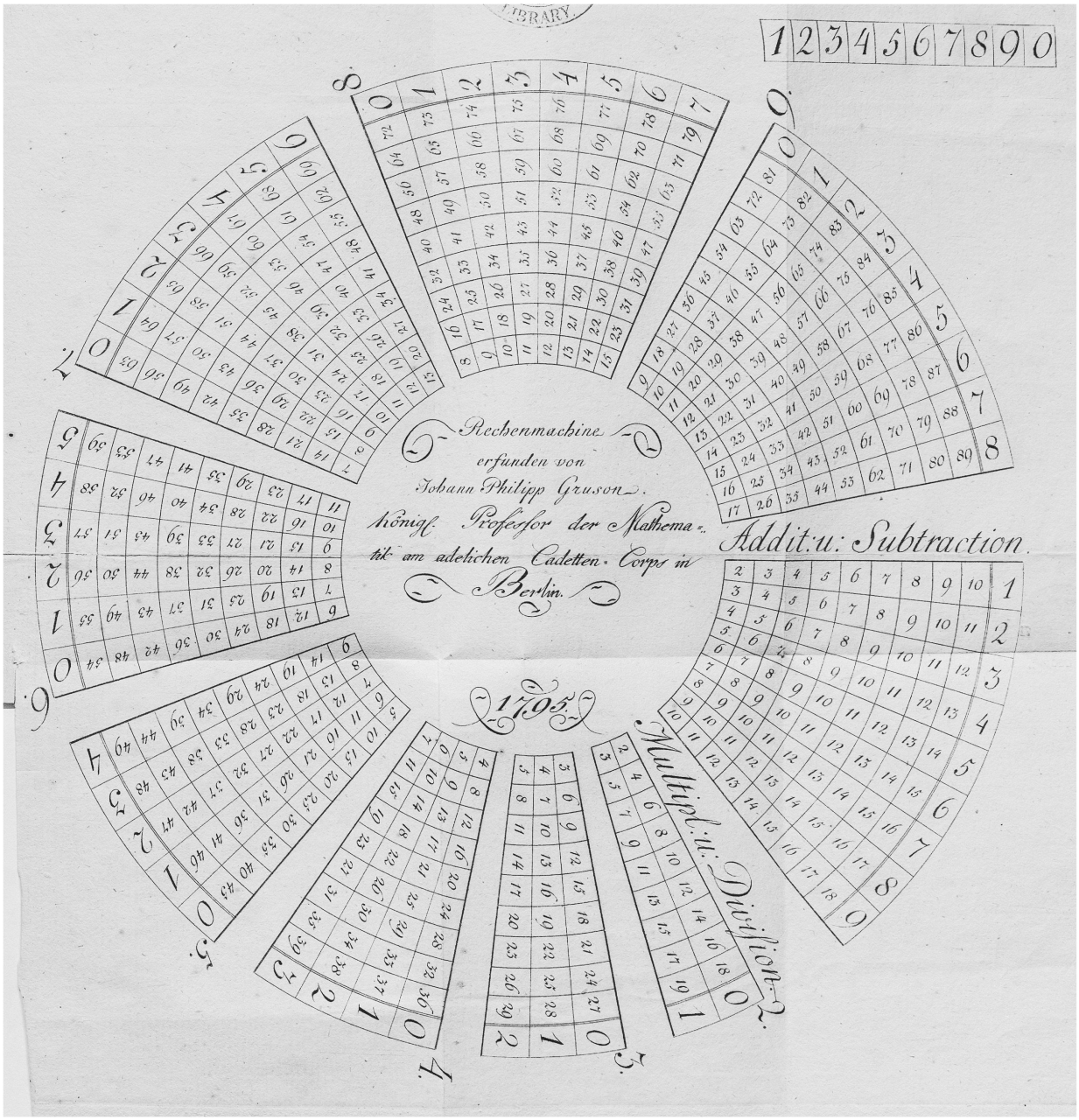
Klewiz äussert sich begeistert über die Verbesserungen der Rechenscheibe. Nach seiner Meinung kann man mit ihnen schneller und sicherer rechnen als ohne Un-

terstützung. Proberechnungen mit den Scheiben bestätigen seine Einschätzung. Mit Hilfe der Aufgaben in Anhang 3 kann sich der Leser selbst ein Urteil bilden.

Klewiz erkennt, dass das Prinzip auch auf andere Zahlensysteme angewendet werden könnte. Dennoch sind mir keine Anhaltspunkte bekannt, dass die beschriebenen Modifikationen hergestellt und angeboten wurden. Wieviel Rechenscheiben der ersten Bauart möglicherweise nachträglich handschriftlich ergänzt worden sind ist nicht mehr feststellbar. Gänzlich unbekannt können die Modifikationen für benannte Zahlen nicht gewesen sein, da eine zweite Scheibe für diesen Zweck in der Allgemeinen Deutschen Real-Encyclopädie um 1820 und noch später erwähnt sind. Der betreffende Abschnitt ist in Anhang 2 wiedergegeben. Die Gründe warum Grüson seine Entwürfe zur zweiten und dritten Rechenscheibe nicht weiter verfolgt hat, warum die Scheiben nicht die Bekanntheit der ersten erlangten ist bis jetzt nicht bekannt.

Anhang 1: Die erste Rechenscheibe von Grüson 1790

Quelle: Grüson, Johann Philipp: Beschreibung und Gebrauch einer neu erfundenen Rechenmaschine. 2. Aufl. 1795. [4]



Anhang 2: die Rechenscheibe von Grüson im Lexikon

Quelle: Allgem. dt. Real-Encyclopädie, 8. Bd., Leipzig 1820, Stichwort *Rechenmaschine*. Die Anmerkung zur zweiten Scheibe für benannte Zahlen ist von mir markiert.

Unter den zu verschiednen Zeiten aufgestellten Rechenmaschinen verdient die Grüsonsche, sowohl durch ihre Einfachheit, als Leichtigkeit im Gebrauch vor vielen andern den Vorzug. Sie besteht aus einer 9½ Zoll im Durchmesser haltenden Scheibe, um deren Mittelpunct sich ein Weiser dreht; concentrische Kreisbogen umziehen in einiger Entfernung den Mittelpunct, und sind durch Halbmesser in neun Stücke von Kreisringen getheilt. In denen von den Kreisbogen und Halbmessern gebildeten Fächern stehen nach einem gewissen zum Grunde liegenden System geordnete Zahlen. Auf dem Weiser befinden sich die Zahlen 1, 2, 3, u. s. w. bis 0. Von den 9 größern Stücken der Kreisringe ist für Addition und Subtraction Eines, für Multiplication und Division die andern bestimmt. An jedem für die Multiplication und Division bestimmten Stücke oder Tafeln befindet sich ober rechts an der Spitze des Winkels ihre Nummer. Will man nun z. B. eine Zahl dividiren, so wird damit also verfahren: angenommen, der Divisor wäre 7, der Dividendus 31976, so dreht man den Weiser auf die Tafel, die mit 7 bezeichnet ist, und bringt ihn bis auf die Zahl 31, als den ersten einzelnen Dividendus. Unter dieser 31 wird man nun auf dem Weiser den Quotienten 4, am äußersten Rand der Tafel aber rechts nach der nämlichen Richtung zu den Rest 3 finden. Dieser Rest, der im Hauptdividend folgender Zahl 9 vorgesetzt, giebt 39 als zweiten einzelnen Dividend, und wenn man hier nun abermals so verfährt, wie eben gezeigt worden, so erhält man den Quotient 5, und den Rest 4, woraus der Leser sieht, daß bei Fortsetzung dieser Art zu verfahren man endlich den ganzen Quotienten der als Dividendus gegebenen Zahl mit 4568 finden muß, wodurch das Exempel gelöst ist. Durch zwei später dieser Maschine zugefügte Rechenstäbe und eine zweite Scheibe kann der Gebrauch derselben auch auf zusammengesetzte, und sogar benannte Zahlen ausgedehnt werden. Da indeß auch die umständlichste Beschreibung dieser Rechenmaschine den damit völlig Unbekannten nicht ganz darüber ins Klare zu setzen im Stande sein würde, wenn sie nicht durch Zeichnung erläutert wird, so müssen wir den Leser, der nähere Belehrung wünscht, auf eine kleine Schrift verweisen, die 1795 in Halle mit einem erklärenden Kupfer unter dem Titel: Beschreibung und Gebrauch einer neu erfundenen Rechenmaschine von Grüson, erschienen ist.

Anhang 3: Rechenbeispiele

In diesem Abschnitt werden Beispiele für Rechnungen mit den oben genannten Währungen vorgeführt. Sie machen den erhöhten Arbeitsaufwand im Gegensatz zu dezimalen Unterteilungen deutlich, zeigen aber auch gleichzeitig, welchen Nutzen eine Rechenhilfe haben kann, die für diesen Zweck eingerichtet ist. Wir sind heute im Rechnen mit Dezimalbrüchen geübter als mit Brüchen und können uns daher leicht in die Situation eines Rechners mit mässiger Ausbildung hinein versetzen. Wer die Beispiele einmal mit Papier und Bleistiftund dann mit der Rechenscheibe löst bekommt schnell einen Eindruck vom Unterschied im Rechenaufwand. Die Beispiele lassen sich selbstverständlich auf mehreren Lösungswegen rechnen, hier ist nur einer angegeben. An Stelle der originalen Einheitenzeichen bei Klewiz, wie etwa in 6 ℛ 9 ℊ 1 ß (6 Taler 9 Groschen 1 Pfennig) werden die Symbole **Ta** für Taler, **Gr** für Groschen und **Pf** für Pfennige verwendet, weil sich letztere typografisch leichter handhaben lassen. Hier nochmals die Einheiten und Umrechnungen:

12 Pfennige = 1 Groschen;
24 Groschen = 1 Taler.

① Wieviel Groschen sind 12 Taler?
Verwendet wird die zweite Scheibe (Bild A1):
Wegen des Umrechnungsfaktors 24 wird dieser Sektor auf der zweiten Rechenscheibe verwendet. Man stellt den Weiser neben die Zeile mit der 0 aussen und liest bei 2 das Produkt 48 ab. Hiervon wird die 8 niedergeschrieben. Wegen des Zehners 4 in 48 stellt man sodann den Weiser neben die Zeile mit der 4 aussen und liest bei 1 das Produkt 28 ab, das neben das Zwischenergebnis 8 von zuvor gesetzt wird. Das Ergebnis lautet 12 Taler sind 12 x 24 = 288 Groschen.

Bild A1

② Wieviel ist ein Neuntel von 10 Taler?
Ausführlich ohne Rechenhilfe:

10 Ta / 9 =
(9 Ta + 1 Ta) / 9 =
1 Ta + 1/9 Ta =
1 Ta + 24/9 Gr =
1 Ta + 2 Gr + 6/9 Gr =
1 Ta + 2 Gr + 12 x 2/3 Pf =
1 Ta + 2 Gr + 8 Pf;

Mit der dritten Rechenscheibe (Bild A2):
im Sektor 9 den Weiser über die Zeile stellen, in der die 10 enthalten ist. Die Zahl auf dem Weiser zeigt 1 Ta, am Rand aussen steht der Rest 2 Gr und 8 Pf, der noch zum Ergebnis gehört.

Bild A2

③ 1 Stück kostet 5 Pf, was kosten 37 Stück?
zur Vorbereitung: 37 x 5 Pf = 185 Pf als einfache Multiplikation.
Mit der zweiten Scheibe (Bild A3):

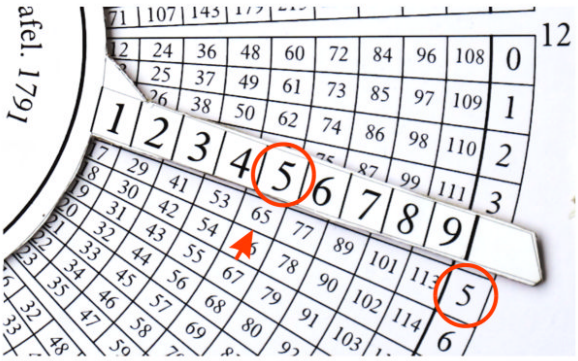


Bild A3

Für die Umwandlung dieser Zahl in Groschen muss der Sektor 12 verwendet werden. 185 ist darin nicht enthalten, deshalb werden 10 Gr = 120 Pf abgezogen, das ergibt 65 Pf. Den Weiser auf 65 stellen, auf ihm 5 Gr und am Rand 5 Pf ablesen. Das Ergebnis: 37 Stück kosten 15 Gr und 5 Pf.
Die Anwendung einer Faustformel (s. weiter unten) wäre ebenfalls möglich.

Mit der dritten Scheibe:
Mit dieser Scheibe kann man nicht durch 12 teilen. Man teilt deshalb 185 zunächst durch 3 und das Ergebnis nochmals durch 4.
Im Sektor 3 den Weiser auf 18 stellen ergibt 6 Gr Rest 0 (Bild A4).

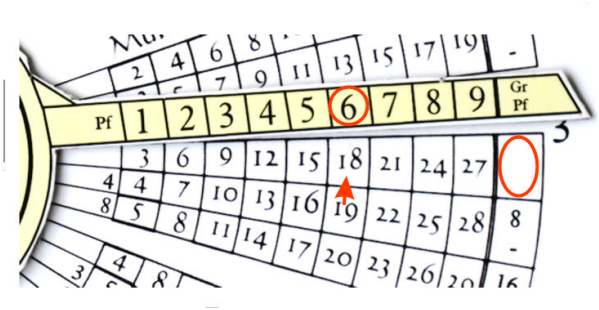


Bild A4

Im Sektor 3 den Weiser auf 5 (die Einerziffer von 185) stellen gibt 1 Rest 8/12 (Bruchteile 2/3 am Aussenrand oder 8/12 am Innenrand, Bild A5).
Zwischenergebnis: 185 / 3 = 61 + 8/12, das nun durch 4 dividiert werden muss.

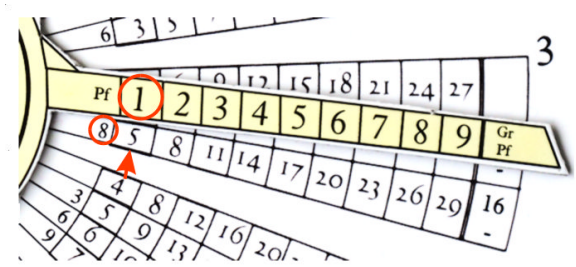


Bild A5

61 kommt im Sektor 4 nicht vor, es lässt sich in 40 + 21 zerlegen. Im Sektor 4 den Weiser auf 21 stellen gibt 5 + 1/4 bzw. 5 + 3/12 (Bild A6).

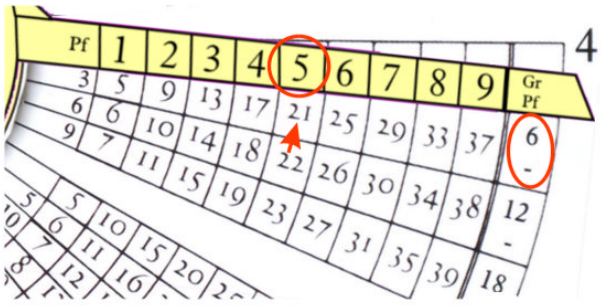


Bild A6

Dazu kommen 40/4 = 10 sowie 1/4 von 8/12 aus dem vorherigen Zwischenergebnis. Die Antwort lautet 15 Gr und 5 Pf.
Möglich wäre hier wegen des Zahlenwertes 5 als Preis die Anwendung einer Faustformel.

④ Ein Beispiel für die Verwendung der Faustformeln. Klewiz' Anleitungen hierzu beginnen mit

> „Wenn der Preiß 5 oder 7 oder auch 11 ist; so läßt sich ein von Herrn Grüson gefundener Vorteil benutzen. Man dividirt die Stükzahl sogleich mit 5, 7, oder 11. Alsdann gilt
> bei 5 Pf.…
> Bei 5 Gr. gilt der Quotient Groschen, und eben so viel Thaler. Der Rest zeigt am äussern Rande noch Groschen.
> Bei 7 Pf.…“
> usw.

Die Frage: Wieviel kosten 37 Stück zu 5 Gr das Stück?
Bild A7 zeigt die Einstellung der dritten Rechenscheibe. Nach der obigen Anleitung setzt man den Weiser neben die Stückzahl 37. Die 7 auf dem Weiser ergibt 7 Ta und 7 Gr im Ergebnis, dazu sind noch die 10 Gr des Restes vom äusseren Rand hinzuzuzählen. Das Ergebnis lautet 7 Ta und 17 Gr.

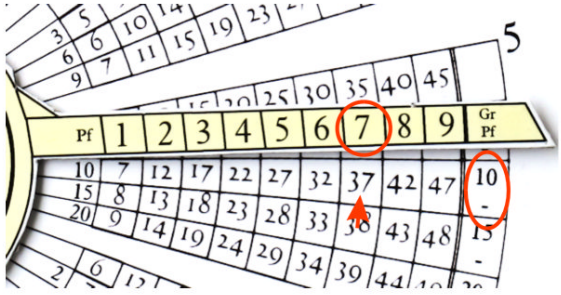


Bild A7

Auf die anderen Faustformeln sowie deren Verifizierung gehe ich nicht ein.

Bildnachweis

Abbildungen ohne Quellenangabe sind vom Verfasser gefertigt.

Literatur

[1] Anonym: Neuer Rechenknecht, nach Thalern, Silbergroschen und Pfennigen, von Pfennig zu Pfennig bis zum vollen Thaler steigend. Wesel 1842
[2] Bruce O.B. Williams, Roger G. Johnson, "Ready Reckoners," IEEE Annals of the History of Computing, vol. 27, no. 4, pp. 64-80, Oct.-Dec. 2005
[3] Desberger, Franz Eduard: Arithmetik von der Rechnung mit benannten Zahlen angefangen. München 1832, 1836
[4] Grüson, Johann Philipp: Beschreibung und Gebrauch einer neu erfundenen Rechenmaschine. 2. Aufl. 1795.
Verwendetes Exemplar: British Library, Sign. 1608/4473.(2.)
Sächsische Landesbibliothek: Wasserschaden, nicht kopierbar,
Staatsbibliothek Berlin: Kriegsverlust
[5] v. Klewiz, Wilhelm Anton: Beschreibung der Grüsonschen Rechenmaschine. Magdeburg 1792.
Verwendetes Exemplar British Library Sign. 1608/4473
[6] Rance, David G: Reckon on it! A very British Trait.
URL http://www.sliderules.nl/papers/Reckon_on_it_final_final_final.pdf
[7] Weiss, Stephan: Die Multipliziertafeln, ihre Ausgestaltung und Verwendung (1984, 2003)
URL http://www.mechrech.info Abschn. Publikationen
[8] Weiss, Stephan: Die Rechenscheibe von Grüson 1790, Rechenhilfsmittel und Streitobjekt (April 2011)
URL http://www.mechrech.info Abschn. Publikationen

Aug 2011
http://www.mechrech.info