

Historische Multiplizierhilfen aus 9 Jahrhunderten

Notizen für den Vortrag (gekürzt)

16. 7. 2012 Stephan Weiss

4 Grundrechenarten

für das Multiplizieren wurde die grösste Zahl von Rechenhilfen erfunden in vielfältigen Ausführungen

- hier kann nur eine Auswahl angesprochen werden
- für ein besseres Verständnis müssen wir uns in die Zeit versetzen: wenige teure Ausbildungsmöglichkeiten, schlechte Ausbildung, kein Taschenrechner, hohe Anforderungen im Handel ,insbes. wegen nicht dezimaler Teilung von Währung und Masseinheiten.

nach Untersuchung der Multiplizierhilfen sind 3 Entwicklungsrichtungen und eine singuläre Erfindung erkennbar

>> Folie erste Entwicklungsrichtung

Eine Einmaleinstafel ist in jedem Stellenwertsystem notwendig, für Dezimalsystem 0×0 bis $9 \times 9 = 100$ Produkte, Sexagesimalsystem 0×0 bis 59×59

>> Folie Einmaleins aus Handschrift um 1000

quadratische Darstellung

römische Zahlzeichen, noch nicht indisch-arabische Ziffern
kunstvoll ausgestaltet

>> Folie Einmaleins aus Blockbuch Wagner

Listenform, verkürzte Darstellung, jeweils beginnend mit den Quadratzahlen

Blockbuch: ganze Seite seitenverkehrt in eine Holztafel geschnitten und gedruckt

es gibt noch zahlreiche weitere Ausführungen des Einmaleins.

Nichts spricht dagegen die Wertebereiche der Eingangszahlen zu vergrössern

um 1400 erscheint eine Tafel bis 20 x 20

grosse Tafeln allerdings erst im 17. Jahrhundert

vorläufiger Höhepunkt ist Hans Georg Herwart von Hohenburg mit seiner Tabulae arithmeticae von 1610 mit Produkten bis 999 x 999

Ein solches Werk stellt wegen der grossen Zahl von 900.000 Produkten eine Obergrenze dar

>> Folie Titelblatt Rechenkunst J. J. Schübler

aus dem Jahr 1739

Titel, compendiosissima (abgekürzt, vorteilhaft) Werbung muss sein
Umfang bis 2400 x 100

weitere zahlreiche Tafeln bis in das 20. Jahrhundert hinein

Crelle bis 1000 x 1000, braucht wegen der Zahl von Produkten eine Kurzdarstellung

Crelle hat sich selbst nochmals übertroffen mit seiner

Erleichterungstafel für die Produkte (2..9) x (1..10 Millionen) v. 1836

Frage: sind solche Multipliziertafeln überhaupt verwendet worden?

zwei Fakten sprechen dafür:

- immer neue Auflagen,

- Bericht Zeitzeuge Regierungsrat Mayet, er sollte die Rechenmaschinen auf der Weltausstellung Paris 1900 begutachten, er beschreibt auch die Multipliziergeräte im Kaiserlichen Statistischen Amt in Berlin, dort werden solche Tafeln verwendet

erst die weitere Verbreitung der Rechenmaschinen haben diesen Hilfstafeln ein Ende gesetzt (eine Frage des Preises)

eine weitere Entwicklungsrichtung: mechanisiertes Einmaleins, mechanisierte Tafeln

auf Walzen

>> Folie Rechenapparat Zeus

ein Faktor wird in der Mitte eingestellt, die 2- bis 100- fachen stehen in der horizontalen Öffnung

auf Scheiben

>> Folie Rechenscheibe, um 1690

wie bei Leupold dargestellt, von einem unbekanntem französischen Erfinder

es zeigt die Vielfachen von 1..9, 10..90, 100..900 usw. Die Produkte sind mit Nullen ausgeschrieben. Der Anwender muss nur addieren können, über die Position der Teilprodukte muss er sich keine Gedanken machen, er schreibt die abgelesenen Produkte rechtsbündig an

Eine etwas andere Bauart zeigen die 3 Scheiben von Grüson.

Grüson war Ende des 18. Jahrhunderts Professor f Mathematik am Kadettenkorps in Berlin. Er hat drei Scheiben entworfen, die erste wurde rekonstruiert und wird in Magdeburg als Nachbau verkauft. Die beiden anderen habe ich rekonstruiert.

Die Besonderheit liegt darin, dass Grüson den Zehnerübertrag mit in das Gerät mit einbezieht.

>> Folie Grüson

hier der Sektor für die Zahl 9, enthält Vielfache plus Übertrag, damit ist die Scheibe auch für Divisionen geeignet

Die beiden anderen Scheiben sind für Produktfaktoren nichtdezimaler Teilungen eingerichtet.

Bisher haben wir mit unbenannten Zahlen gerechnet, für das Rechnen mit benannten Zahlen, also Währungen und Massen, hat man ebenfalls Multiplizierhilfen entworfen.

Problem: nicht-dezimal geteilte Währungen und Masse. Beispiele:

1 Gulden = 21 Groschen,

1 Groschen = 12 Pfennige

oder für Gewichte

1 Zentner = 100 oder 104 Pfund,

1 Pfund = 30 oder 32 Loth,

1 Loth = 4 Quentchen

Subteilungen

1 Mark = 16 Loth, 2 Loth = 1 Unze

Erst die Französische Revolution 1789 bereitet diesem Durcheinander ein Ende.

Produktentafel für Vielfache von Preisen

>> Folie Ausschnitt aus e. Buch von Isaac Ries (4. Sohn von A. Ries)

„Nutzbar gerechnetes Rechenbuch“ Leipzig 1580

hier sind Vielfache des Preises von 4 Pf pro Mass aufgelistet

anderes Beispiel: Zahlbüchlein 1776 mit Vielfachen von Preisen

Rechenbeispiel

Format so gewählt zum Einstecken und mitnehmen

solche Multiplizierhilfen nannte man französisch barrême, englisch ready reckoner und deutsch Faulenzer od. Rechenknecht.

nicht nur Preise, auch andere Berechnungen, etwa Tafeln für Zinsen mit den Eingängen Kapital, Zeit, Zinssatz

>> Folie zweite Entwicklungsrichtung

beginnt mit einer epochalen Erfindung des Mathematikers Sir John Napier aus Schottland. Der Name Neper ist die latinisierte Form. Der hatte kurz vor 1600 begonnen, die erste brauchbare Logarithmentafel zu berechnen. Dazu hatte er sich eine Multiplizierhilfe entworfen. Freunde drängten ihn, diese zu veröffentlichen.

Zu den Logarithmen: Neper hat die Logarithmen nicht erfunden, er hat die erste brauchbare LogTafel berechnet. Im Jahr 2014 feiern wir 400-jähriges der Veröffentlichung.

Die Multiplizierstäbe sind beschrieben im Werk Rabdologia 1617

wie funktioniert das ganze?

>> Folie Rechenstäbe nach Neper

Stäbe mit Kopffzahl und den Teilprodukten von oben nach unten.
Ermittlung des Produkts durch diagonale Addition von rechts nach links.

Neper löst folgende Probleme:

- Zehnerübertrag, der sich wie ein rotes Seil durch die Geschichte der Rechenmaschinen und -geräte zieht
- die Rechenstäbe sind beliebig zusammenstellbar
- pädagogischer Aspekt: Kenntnis des Einmaleins ist nicht erforderlich, man muss nur die Zahlen kennen und Addieren können
- keine Präzision erforderlich, kann sich jeder selbst zusammenbauen

Man kann eine mehrstellige mit einer einstelligen Zahl multiplizieren.
Ist der zweite Faktor ebenfalls eine mehrstellige Zahl muss man das Ergebnis nach dem Stellenwertsystem zusammensetzen

Die Stäbe werden sofort ein grosser Erfolg.

Nur ein Jahr später 1618 deutsche Übertragung von Franz Kessler, lesenswert: Harald Pinl: Franz Kesslers künstliche Rechenstäblein kurze Zeit später erscheinen Bearbeitungen in anderen Sprachen, darunter eine italienische von Marco Locatello, Verona 1623.

Das Prinzip erscheint bis Anfang des letzten Jahrhunderts in zahlreichen Varianten.

In den Arithmetik-Lehrbüchern werden die Stäbe immer wieder beschrieben.

Anfang des letzten Jahrhunderts wird die Idee wieder aufgenommen und vom Verlag Remig Rees Wehingen angeboten, einschliesslich Ausschneidebogen. Neper wird nicht mehr genannt.

Andere Erfinder variieren dieses Prinzip.

Eine der Varianten besteht darin, die Streifen auf Walzen anzubringen. Man hat dann ein kompaktes Gerät und nicht lose Stäbe
Einer der das vorgeschlagen hat war Gaspar Schott 1668

>> Folie Rechenkasten Schott

Es gab einen noch früheren Entwurf des Tübinger Professors Wilhelm Schickard als Erfinder der Rechenmaschine, nachdem es gelungen war, seine nur in Briefen und Skizzen dokumentierte Maschine zu rekonstruieren.

Schickard wollte mit seiner Maschine von 1623 Kepler das Berechnen der Rudolfinischen Tafeln erleichtern und teilte ihm dies auch in Briefen und zugehörigen Skizzen mit.

>> Folie Schickard

Rekonstruktion erst 1960

Wie funktioniert die Maschine?

Oben Teilprodukte auf Walzen, die Teilprodukte des gesuchten Vielfachen werden mittels Schieber sichtbar gemacht, alle anderen werden verdeckt. Wie die Ziffern der Teilprodukte angeordnet waren weiss man nicht. Unten ist völlig getrennt von den Walzen ein Addierwerk zum Addieren der Ziffern eingebaut.

Das Addierwerk besitzt Zehnerübertrag, damit wird diese Maschine zur ersten bekannten Rechenmaschine gem. Definition einer Rechenmaschine. Bisher dachte man die Addiermaschine von Pascal, ab 1642, sei die erste.

Alle Geräte, die von Neper abgeleitet sind, multiplizieren eine mehrstellige mit einer einstelligen Zahl.

Es gibt aber auch Geräte, die unmittelbar mehrstellig mal mehrstellig multiplizieren. Dazu hat man zwei Verfahren verwendet

>> Folie Multiplizieren nach der Gittermethode

oben das Ergebnis einer Ausmultiplikation zweier dreistelliger Zahlen. Genau diesen Ablauf, von unten nach oben gelesen, muss ein Multipliziergerät ausführen können.

Das Verfahren wird realisiert im Multiplizieren nach der Gittermethode (unten). Hierher hatte sehr wahrscheinlich auch Neper die Idee zu seinem Promptuarium.

>> Folie Nepers Promptuarium

Wie mechanisieren? Neper hat das in seinem Promptuarium versucht. Senkrechte Streifen werden aufgelegt und mit waagerechten Streifen mit Ausschnitten bedeckt. Damit erhält er eine Abbildung der Gittermethode.

Es gibt nur ganz wenige Geräte, das Verfahren hat sich nicht durchgesetzt.

Patente wenden dieses Verfahren an.

Es existiert ein weiteres Verfahren, das den besprochenen Algorithmus realisiert

>> Folie Multiplikation 123×123 , Vorführung

Es gibt Geräte, die dieses Verfahren verwenden

>> Folie LaMulti, Multor

Diese Geräte sind so konstruiert, dass sie diese Schritte ausführen und zusätzlich in jedem Schritt nur die Einer- bzw. Zehnerziffern der Teilprodukte zeigen, die addiert werden müssen.

Hinweis: derartige Geräte multiplizieren mehrstellige Zahlen unter Mithilfe des Benutzers bei der Addition, ohne ein einziges Zahnrad.

Das Problem des Zehnerübertrags wurde bereits angesprochen. Es gibt eine Erfindung, die den Zehnerübertrag so löst, dass nicht einmal mehr der Anwender addieren muss, sozusagen eine höchst geniale singuläre Erfindung.

>> Folie Genaille / Lucas

Abschluss

>> Folie Webseiten