Sebastian Dietrich:
Kurzes, umfassendes und einfaches Kompendium der astronomischen Arithmetik
Wittenberg 1563
(Breve perspicuum et facile compendium logisticae astronomicae)

Übersetzt und kommentiert von Stephan Weiss

Einführung

Mit der Geschichte der Astronomie sind die Sexagesimalzahlen untrennbar verbunden. Man hat das Rechnen mit ihnen deswegen auch *logistica astronomica* genannt. Edo Hilderich von Varel (1533 – 1599) schreibt in seinem verständlich verfassten Lehrbuch von 1568 [13] hierüber:

> "Was bedeutet astronomisches Rechnen? Es ist eine ausserordentliche und gewisse besondere Arithmetik oder Vorgehensweise des Rechnens, die Astronomen und Geographen bei der Berechnung von Positionen, Zeiten, Bewegungen am Himmel und ähnlichen Dingen verwenden."[1]

Das Sexagesimalsystem ist ein Stellenwertsystem mit der Basis 60 zur Darstellung von Zahlen, d.h. es werden 60 unterschiedliche Ziffern verwendet, die, historisch bedingt, durch die Dezimalzahlen 0 bis 59 repräsentiert sind. Der Vorteil der Basiszahl besteht darin, dass sie durch mehrere kleinere Zahlen ohne Rest teilbar ist, darunter 30 für die Tage im Monat und 12 für die Monate im Jahr. Man sieht hierin einen wahrscheinlichen Grund für die Wahl dieser grossen Basis.

Teilungen in sechzig Bruchteile haben sich bis heute bei den Winkelgraden mit 360 Grad für den Vollkreis, sowie bei den Unterteilungen von Winkelgraden und

1 Im Original: *Quid est Logistice Astronomica? Est Singvaris & peculiaris quædam Arithmetica , seu ratio computandi, qua Astronomi & Cosmographi in computatione locorum, temporum, motuum coelestium, & similium rerum utuntur.*
Eine andere Bezeichnung ist pysikalische Brüche wie sie u. a. in den Titeln [3] und [5] sowie bei Stifel in seiner *Arithmetica Integra* [10] genannt werden. Weitere Beispiele mit Quellenangaben und zwei mögliche Herleitungen dieses Namens gibt Smith [9].

Stunden in die sechzigstel Teile Minuten und diese wiederum in ihre sechzigstel Teile Sekunden erhalten. Noch kleinere Bruchteile gibt es heute nicht mehr, stattdessen wird in das Dezimalsystem gewechselt, wie das an den Zeit- und Winkelangaben in zehntel Sekunden erkennbar ist. Auch gibt es heute keine Stellen mit positiven Potenzen von 60. Andernfalls müssten 360 Grad auf sechs Sechziger in der nächst höheren Stelle zusammengefasst werden.

In der modernen und vollständigen Notation der Sexagesimalzahlen sind die Ziffern mit Kommas getrennt in runden Klammern eingeschlossen. Falls erforderlich trennt ein Strichpunkt die Einer von den Bruchteilen. Die Klammern können auch entfallen wenn der Zusammenhang eine Verwechslung ausschliesst. So entspricht (2,12;0,8) dem Wert $2 \times 60 + 12 + 8 \times 60^{-2}$. Die historische Schreibweise weicht hiervon insofern ab, als dort ein hochgestelltes Zeichen über oder neben der Ziffer den Stellenwert angibt. Diese Variante wird weiter unten in anderem Zusammenhang nochmals angesprochen.

Das kleine sexagesimale Einmaleins umfasst vollständig $(0..59) \times (0..59) = 3600$ Teilprodukte. Nimmt man alle Produkte mit den Faktoren 0 und 1 heraus und berücksichtigt das kommutative Gesetz $a \times b = b \times a$, dann sind das immer noch 1711 Teilprodukte. Da eine so grosse Menge die menschliche Merkfähigkeit übersteigt kam der sexagesimalen Multipliziertafel als Rechenhilfsmittel eine grosse Bedeutung zu. Wegen der grossen Anzahl von Produkten, die untergebracht werden mussten, entwarf man Varianten in der Anordnung [15].

Ein weiteres Problem bestand in der Verknüpfung zweier Stellenwerte bei Multiplikation und Division, denn nicht nur beide Ziffern sondern auch beide Stellenwerte unterliegen der gleichen Operation. Solange das Rechnen mit Exponenten nicht zur Verfügung stand haben die Autoren zur Vereinfachung Diagramme und Hilfstabellen entworfen [15] oder verbal formulierte Regeln für die Festlegung des gesuchten neuen Stellenwertes gegeben. Der c*anon sexagenarum* von Sebastianus Theodoricus [16] aus dem Jahr 1564 ist hierfür ein gutes Beispiel. Er enthält zudem eine vollständige sexagesimale Multipliziertafel. Es sieht so aus, als sei der *canon* als Ergänzung zu seinem *compendium*, einem Lehrbuch über das sexagesimale Rechnen aus dem Jahr 1563 [11], gedacht gewesen. Da der *canon* bereits übersetzt vorliegt soll hier als Ergänzung das Lehrbuch folgen.

Geboren wird Sebastian Dietrich, so sein bürgerlicher Name, um 1520 oder 1521 in Windsheim, jetzt Bad Windsheim, einer kleinen Stadt im Norden Bayerns, Regierungsbezirk Mittelfranken. Er stirbt 1574 in Wittenberg. Sebastian oder Sebastianus Theodoricus nennt er sich in der latinisierten Form seines Namens.[2]

2 Die Deutsche National Bibliothek zählt 18 Varianten seines Namens auf, s. http://d-nb.info/gnd/100635415

Über seine schulische Ausbildung ist wenig bekannt. Ob er die Lateinschule in Windsheim besucht hat kann ich derzeit nicht sagen. Aus dem Vorwort zum *compendium* lässt sich entnehmen, dass er an der Lorenzer Lateinschule in Nürnberg unter deren Rektor Johannes Ketzmann ausgebildet wurde [fol. 4r].

Porträt von Sebastian Dietrich oder Sebastian(us) Theodoricus Winshemius. Zeichnung, wahrscheinlich aus der Schule Lucas Cranach. Wiedergegeben mit freundlicher Genehmigung des Reichsstadtmuseum, 91438 Bad Windsheim

Zum Wintersemester 1537/38, also mit etwa 17 Jahren, immatrikuliert Dietrich an der Universität Wittenberg, erwirbt 1539 einen ersten akademischen Grad, das Baccalaureat, und erhält 1544 den Grad eines Magisters der Sieben Freien Künste. Im Jahr 1545 wird er in die philosophische Fakultät der Wittenberger Hochschule aufgenommen. Von 1550 bis 1560 bekleidet er die Professur der niederen Mathematik. Der Unterrichtsstoff umfasst die Arithmetik nach Gemma Frisius, die Algebra von Peucer und die Elemente der Himmelskunde ein-

schliesslich Kosmographie [2]. Liest man bei den genannten Autoren nach, dann werden in der Arithmetik die Grundrechenaufgaben, Proportionalitäten, Brüche, der Dreisatz und die Quadrat- und Kubikwurzel gelehrt. Die Algebra umfasst einfache Textaufgaben sowie frühe und einfache Formen symbolischer Schreibweise. Verglichen mit dem heutigen Mathematikunterricht sind diese Themen Bestandteil des Unterrichts bis zur 10. Klasse.

Von 1560 bis 1571 hat Dietrich die Professur für höhere Mathematik inne, die er von Kaspar Peucer übernimmt. Zum Lehrstoff gehören dann die Elemente von Euklid, die Lehre des Ptolemäus, und die Planetentheorie von Peuerbach [2]. Demnach war das geozentrische Weltbild Bestandteil seiner Vorlesungen. Der Schwierigkeitsgrad des Lehrstoffes kann den der niederen Mathematik nicht erheblich überschritten haben. Man muss annehmen, dass Dietrich im Rahmen der Themen zur Astronomie und ihren Rechenverfahren auch die Sexagesimalzahlen gelehrt hat. In dieser Zeit veröffentlicht er unter dem Namen Sebastianus Theodoricus die beiden oben genannten mathematischen Werke von 1563/64 sowie ein weiteres über Astronomie mit dem Titel *novae quaestiones sphaerae,* Wittenberg 1564 u. ö. Das *compendium* wird 1573 nochmals aufgelegt. Im Jahr 1571 promoviert er zum Doktor der Medizin. Erwähnt werden sollte, dass Dietrich in erster Ehe verheiratet war mit einer Tochter von Veit Winsheim (1501 – 1570), der ebenfalls an der Universität in Wittenberg gelehrt hat.

Im Vorwort zum *compendium* klingt Dietrichs Sicht auf die Arithmetik an. Im Sinne Platons bedarf die Vernunft zu ihrer Anwendung der Arithmetik. Diese besitzt einerseits eine praktische Seite, denn sie ist für die private Hausverwaltung ebenso erforderlich wie für die Kriegführung und bei allen Künsten, die auf exakte Messungen angewiesen sind, wie etwa das Berechnen des Kalenders und der Bewegungen der Himmelskörper. Ihr höchster Nutzen hingegen besteht in der Schulung des Geistes, weil sie die Seele geistig aufgeweckter macht und die Fähigkeit zum Lernen erhöht.

Im *compendium* behandelt Dietrich das Besondere an Sexagesimalzahlen im Gegensatz zu den Dezimalzahlen sowie die Rechenarten Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Proportionalrechnung mit ihnen und das Berechnen der Quadratwurzel. Seine Notation der Sexagesimalzahlen und wie er im Multiplizieren und Dividieren Stellenwerte bestimmt lässt sich am besten anhand der unten stehenden Tabelle erläutern.

Sie enthält in der linken Spalte von oben nach unten in aufsteigender Ordnung die Stellenwerte, geschrieben in moderner Notation mit den zugehörigen Potenzen von 60. Wie sich bereits bei der Übersetzung des c*anon sexagenarum* herausgestellt hat bietet auch hier die Interpretation von Dietrichs Wortwahl und Rechenregeln mit Hilfe des modernen Rechnens mit Potenzen bzw. Exponenten

einen Schlüssel zu seinen an manchen Stellen schwer verständlichen Erklärungen. Dietrich selbst verwendet den Begriff der Exponenten zur Basis 60 nicht.

Die zweite Spalte führt seine Benennungen der Stellenwerte auf. Brüche heissen *scrupula* (Bruchteile) und werden gezählt als *scrupula prima* (erste Bruchteile), *scrupula secunda* (zweite Bruchteile) und so weiter.
Stellen über dem Einer heissen *sexagenae* (Sechziger) und werden ebenfalls gezählt als *sexagenae primae* (erste Sechziger), *sexagenae secundae* (zweite Sechziger) und so fort.
Die Einer bilden eine eigenständige Gruppe von Zahlen. Sie werden wie allgemein üblich dimensionslos *integer* oder der gewählten Masseinheit folgend *dies* (Tag) oder *gradus* (Winkelgrad) oder selten *pars* (Teil) genannt und mit den entsprechenden Zeichen markiert.

Potenzen von 60	Bereiche	Bezeichner	Ordnung
⋮	⋮		
60^{-3}	*scrupula tertia* (dritte Bruchteile)	/// od. ///a	3
60^{-2}	*scrupula secunda* (zweite Bruchteile)	// od. //a	2
60^{-1}	*scrupula prima* (erste Bruchteile)	/ od. /a	1
60^{0}	*gradus* (Grad) *dies* (Tag) *pars* (Teil) *integrum* (Einer)	° D, d p —	—
60^{1}	*sexagenae primae* (erste Sechziger)	/ od. /æ od. s	1
60^{2}	*sexagenae secundae* (zweite Sechziger)	// od.//æ	2
60^{3}	*sexagenae tertiae* (dritte Sechziger)	/// od. ///æ	3
⋮	⋮		

Die grafischen Bezeichner (*denominatio*) der übrigen Stellen, in der dritten Spalte aufgeführt, sind zusammengesetzt aus einer Anzahl von Schrägstrichen, die der Zählung der Stellenwerte entspricht, gefolgt von den Buchstaben ***ae*** für *sexagen**ae*** (Nominativ), zuweilen auch **as** in Anlehnung an die Form sexagen**as** im Akkusativ wo dieser auftritt. Beispiele hierfür finden sich auf fol. 15r und 15v oben.

Der Buchstabe ***a*** steht für *scrupul**a***. Bei fünf oder mehr Schrägstrichen werden diese mit den römischen Zahlzeichen V und X zusammengefasst. Dietrich schreibt die Bezeichner nicht immer einheitlich, zuweilen lässt er die Buchstaben auch weg, sofern Verwechslungen ausgeschlossen sind.

In der rechten Spalte der Aufstellung sind jene Ordnungszahlen aufgeführt, die Dietrich den Stellen zuweist und mit deren Hilfe er den neuen Stellenwert bestimmt. Die Ordnungszahlen orientieren sich an der Zählung *prima, secunda...* der Sechziger und der Bruchteile. Negative Ordnungszahlen kommen nicht vor. Negative Zahlen werden in Europa von manchen Autoren angesprochen, dennoch für lange Zeit nicht verwendet. Man darf aus heutiger Sicht die Ordnungszahlen nicht mit Exponenten der Basis 60 verwechseln, sie sind es nicht. Eine Änderung im Verfahren folgt erst Jahrzehnte später bei John Wallis, denn er gebraucht negative Ordnungszahlen:

> "IV$^{|}$ multipliziert mit III$^{//}$ ergibt XII$^{/}$. Das heisst 4 *Sexagena* multipliziert mit 3 *secunda minuta* ergibt 12 *minuta prima* wegen +1–2=–1." [3] [14, cap. VII, S. 25]).

Wallis' Vorgehen ist neu. Erst gegen Ende des 17. Jahrhunderts war er einer der ersten, der den Gebrauch von Exponenten verallgemeinerte, die negativen und gebrochenen eingeschlossen.

Für die Bezeichnung der Ordnungszahlen verwendet Dietrich das Wort *species* im Sinne von Aussehen, Erscheinung, Gestalt. Es wird hier seiner Bedeutung entsprechend mit „Ordnung“ übersetzt. Einer mit ihrem Stellenwert 60^0 bilden eine eigene Klasse für sich. Sie tragen keine Ordnung, auch nicht Null, obwohl Dietrich die Null kennt, denn er verwendet sie zuweilen als Ziffer in geordneten Folgen von Stellen. Wie zu seiner Zeit üblich wird die Null nicht als eigenständige Zahl gesehen. Nur an einer Stelle im Text spricht er indirekt von der Ordnungszahl Null der Einer (fol. 30r unten).

Wenn Dietrich sowohl den Bruchteilen als auch den Sechzigern positive Ordnungszahlen zuweist muss er die Stellen nach ihrem Bereich über oder unter den Einern unterscheiden können. Hierzu gebraucht er das Wort *genus,* hier im Sinne von Gattung, Klasse, Sorte und meint damit entweder alle Bruchteile oder alle Sechziger. Aus diesem Grund wird in der Übersetzung für *genus* der Begiff „Bereich“ verwendet. Eine Ordnung ist demnach nur zusammen mit ihrem Bereich definiert. Er spricht deshalb von *species sui generis,* wörtlich „die Ordnung in ihrem Bereich“. Zuweilen rechnet Dietrich nicht mit Ordnungen sondern mit Bezeichnern selbst, weil deren Anzahl von Schrägstrichen mit der Ordnungszahl übereinstimmt. Mit dieser Ersetzung ist für ihn beispielsweise der Bezeichner /// grösser als die Bezeichner // oder /.

---

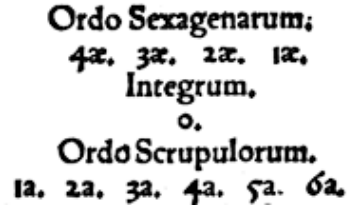
3 Im Original: *IV$^{|}$ in III$^{//}$ facit XII$^{/}$. Hoc est, 4 Sexagena in 3 secunda minuta, faciunt 12 minuta prima: propter +1 –2 = –1.*

Das Vermeiden von negativen Zahlen bleibt nicht auf die Ordnungszahlen der Brüche beschränkt. Wird eine Subtraktion zweier Ordnungszahlen notwendig prüft Dietrich generell zunächst welche Zahl von welcher abgezogen werden kann damit das Ergebnis nicht negativ wird.

All diese Beschränkungen machen Fallunterscheidungen notwendig. Mit ihrer Hilfe wird geprüft, ob Einer an der Rechnung beteiligt sind, ob die Ziffern der Operation aus gleichen oder unterschiedlichen Bereichen kommen, welche Ordnungszahl von welcher abgezogen worden ist und derlei mehr. Erschwerend kommt hinzu, dass ihm das Hilfmittel der Kurznotation mittels geeigneter Symbolik nicht zur Verfügung steht. Er muss die Rechenregeln ebenso wie alle Abhängigkeiten, die er in Erläuterungen verwendet, allein verbal formulieren. Für die Stellenwertregeln stellt Dietrich deshalb vier Rechenregeln in der Multiplikation und acht in der Division auf.

Hinsichtlich des Wertebereichs der Stellenwerte finden sich bei Autoren vor Dietrich signifikante Unterschiede zu dessen Arbeit. Johannes von Gmunden [3] – er hält seine Vorlesung zu diesem Thema ab dem Jahr 1412 an der Universität Wien – und Johannes Schöner [7] 1536 arbeiten im Bereich der Brüche sowie in einem eingeschränkten Bereich der Sechziger. Darin gibt es bei ihnen nur zwei Stellen: *gradus* und darüber *signum*, letzteres als ein Zwölftel, entsprechend 30°, des Vollkreises bzw. des Tierkreises, sodass gilt *signum*/30 = 1 Grad oder auch 1 Tag. Oronce Fine [1] 1542 behält das *signum* bei, es beinhaltet bei ihm das 30- oder auch 60- fache von *gradus*, erst darüber folgen die Sechziger (*sexagenae*) *primae*, *secundae* usw. Michael Stifel führt in seiner *arithmetica integra* 1544 nur Einer und Brüche auf. Bis Kaspar Peucer, dem Vorgänger Dietrichs im Amt, ist die Behandlung der Sexagesimalzahlen weder einheitlich noch vollständig.

Mit Peucer [5] beginnt eine systematische und generalisierte Erweiterung der Sexagesimalzahlen. Wie in der originalen Darstellung[4] rechts zu sehen unterscheidet er drei Bereiche, die er *genera numerorum* oder *classes* nennt: der erste sind die Sechziger *sexagenae* (*...tertiae, secundae, primae),* der zweite die Einer *integrum*, der dritte die Bruchteile *scupula* (*prima, secunda, tertia...*). Von ihm übernimmt Dietrich diese Einteilung.


Ordo Sexagenarum;
4æ. 3æ. 2æ. 1æ.
Integrum.
0.
Ordo Scrupulorum.
1a. 2a. 3a. 4a. 5a. 6a.

Peucer formuliert seine Regeln zur Bestimmung der Stellenwerte präzise und umfassend, aber nicht ebenso präzise geordnet. Dietrich bringt eine grössere Anzahl von Regeln mit klaren Fallunterscheidungen. Er fasst seine Regeln zudem in zwei verbal formulierten Entscheidungsbäumen zusammen (fol. 14r und nach fol. 20). Warum er sich nicht der einfacheren Rechentafeln zur Bestim-

4 Peucer [5], Abschn. *de numeratione-*

mung der Stellenwerte bedient bleibt unklar. Zudem enthält das *compendium* unübersehbar methodische Schwächen. Die Rechenbeispiele bauen nicht aufeinander auf, man findet stellenweise unnötige Wiederholungen ebenso wie schwer verständliche Passagen, die ohne zusätzliche Erläuterungen oder Vorkenntnisse kaum erfassbar sind.

Der Übersetzung von Dietrichs *compendium* liegt ein digitales Faksimile der Ausgabe 1563, bereitgestellt durch das Münchener Digitalisierungszentrum, zu Grunde. In diesem Exemplar sind die Blätter rechts oben mit Bleistift nummeriert. Der übersetzte Text folgt dieser Zählung.
Der sprachliche Ausdruck der Übersetzung versucht so nahe wie möglich am Original zu bleiben unter Beibehaltung der Lesbarkeit. Der Leser soll damit einen Eindruck von Dietrichs Schreibstil und von seinen Bemühungen der verbalen Formulierung arithmetischer Regeln und Zusammenhänge gewinnen. Kompromisse liessen sich in diesem Ziel jedoch nicht immer vermeiden, insbesonders weil Dietrich mit Vorliebe lange Sätze bildet, die in mehrere aufeinander bezogene kurze Teile fragmentiert sind und häufig Partizipialkonstruktionen aller Zeitverhältnisse verwendet. Die lateinische Sprache gibt ihm dazu viel Spielraum.
Zusätze zumText in eckigen Klammern [] dienen ausschliesslich dem Verständnis des Textes. Runde Klammern () werden von Dietrich selbst verwendet. Ergänzungen und Hinweise sind als Fussnoten beigefügt. Letzteres gilt auch für Vergleiche der Formulierungen mit dem Rechnen mit Exponenten. Ausführliche Nachrechnungen erleichtern den Vergleich der Rechenoperationen mit Formulierungen in Textpassagen und sind als Anhang beigefügt.

Dietrich greift in Rechenbeispielen auf Aufgaben aus der Astronomie zurück. Da die Übersetzung den Schwerpunkt auf die Behandlung von Sexagesimalzahlen legt werden komplexe astronomische Zusammenhänge nicht erläutert.

Eine genaue Kopie der grafischen Gestaltung der Seiten einschliesslich der Randbemerkungen ist wegen sprachlicher Unterschiede und typografischer Besonderheiten nicht möglich und kann deshalb nur am Original angelehnt bleiben.

Der Originaltext enthält Einfügungen in griechischer Sprache, die hier mit serifenloser Schrift ausgezeichnet sind. Für deren Übersetzung danke ich Herrn Prof. i.R. Dr. Menso Folkerts an der Ludwig-Maximilians-Universität München.

Stephan Weiss
Oktober 2012
http://www.mechrech.info

Anhang 1: Umrechnung von Zeitangaben

Dietrich verwendet folgende Umrechnungen:

1500 x 365 = 547500 Tage; 547500 + 375 (Schaltjahre in 1500) = 547875 Tage ≡ (2,32,11,15);
61 x 365 = 22265 Tage; 22265 + 15 (Schaltjahre in 61) = 22280 Tage ≡ (6,11,20);
1/6 ≡ (0;10); 1/24 ≡ (0;2,30) Tage; 7/24 ≡ (0;17,30) Tage;
20 min ≡ 1/3 Std.; (0;2,30) / 3 = (0;0,50) Tage;

Anhang 2.1: Berechnung der Quadratwurzel

Das Beispiel ab fol. 30v ist im Folgenden ausführlich nachgerechnet. Die Spalte links enthält in moderner abgekürzter Notation die Behandlung des Radikanden und seiner Reste. Rechts sind alle notwendigen Zwischenrechnungen aufgeführt.

```
      •      •      •
√ 3' 21° 45' 58" 28''' 16'''' = 14° 12' 16"
-  3' 16°
--------------------------------
       5° 45' 58" 28''' 16''''


     - 5° 38' 24"
    ---------------------------
          7' 34" 28''' 16''''



         - 7' 34" 28''' 16''''
         --------------------
           0
```

14° x 14° = 3' 16°

14° x 2 = 28°
5° 45' / 28° = **12'**
a = 14°
b = 12'
$2ab + b^2 = 5° 38' 24"$

14° 12' x 2 = 28° 24'
7' 34" / 28° 24' = **16"**...
a = 14° 12'
b = 16"
$2ab + b^2 = 7' 34" 28''' 16''''$

Dem Verfahren liegt die Idee zugrunde, daß man Zahlen als Summe ihrer Stellen (10a + b) schreiben kann. Das Quadrat entspricht dann $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Es ist ein exaktes Rechenverfahren, keine Näherung. Zur Ausführung dieses Verfahrens sei auf Wikipedia verwiesen.[5] Im Verlauf der Zwischenrechnungen ermittelte Ziffern für das Ergebnis sind unterstrichen.

5 Wikipedia, Kapitel Schriftliches Wurzelziehen, Abschn. Verfahren.

Anhang 2.2: Berechnung der Quadratwurzel

Das Beispiel ab fol. 35v sieht in der Nachrechnung wie folgt aus:

√ 1" 22' 55° 4' 14" 10"' 25"" =

√ 4975° = **70°** R 75°

4504' / 140° = **32'** R 24'

430" / 2' 21° 4' = **3"** R..
hier bricht Dietrich ab. Er erhält
$(1' 10° 32' 3")^2$ = 1" 22' 55° 4' 7" 12"' 9""

$1 \times 60^2 + 22 \times 60 = 4920°$
+ vom Radikanden 55°

4975°
R 75° x 60 = 4500'
+ vom Radikanden 4'

4504'
2 x 70° = 140°
R 24' x 60 = 1440"
+ vom Radikanden 14"

1454"
32' x 32' = 1024"
1454" – 1024" = 430"
bisher.Wurzel 70° 32' ≡ 1' 10° 32'
1' 10° 32' x 2 =2' 21° 4'

Anhang 3: Proportionalrechnung

Das Beispiel ab fol. 27r stellt Dietrich wie folgt auf:

Argument	Tafelwert	
42°	2° 35' 40"	aus der Tafel
42° 55' 6" geg.	nicht vorh.	gesucht
43°	Wert von 42° – 8' 16" (= 2° 27' 24")	aus der Tafel

1° / 8' 16" = 55' 6" / X;
X = 8' 16" x 55' 6" = 7' 35" 29"' 36"";
2° 35' 40" – X = 2° 28' 5"...;

Literatur

Abkürzungen: BStB (Bayerische Staatsbibliothek München / Münchener Digitalisierungszentrum),
SLUB (Sächsische Landesbibliothek – Staats- u. Universitätsbibliothek Dresden)

1 Finé, Oronce: Arithmetica practica. Paris, 1542
BStB http://www.mdz-nbn-resolving.de/urn/resolver.pl?urn=urn:nbn:de:bvb:12-bsb10147862-2

2 Friedensburg, Walter: Geschichte der Universität Wittenberg. 1917
http://digital.ub.uni-duesseldorf.de/urn/urn:nbn:de:hbz:061:1-18655

3 Johannes <de Gmunden>: Incipit tractatus de Minuciis phisicis. Wien 1515
BStB http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bvb:12-bsb00004477-9

4 Luckey, Paul: Die Rechenkunst bei Gamsid b. Masud al-Kasi mit Rückblicken auf die ältere Geschichte des Rechnens. 1951

5 Peucer, Kaspar: Logistice astronomica hexacontadon et scrupulorum sexagesimorum, quam algorythmum minutiarum physicalium vocant, regulis explicata & demonstrationibus. Wittenberg 1556
Google Digital Books

6 Schöneburg, Silvia: Zur mathematischen Lehrtätigkeit an der Universität Wittenberg im 16. und frühen 17. Jahrhundert, dargestellt unter besonderer Berücksichtigung des Wittenberger Mathematikers Ambrosius Rhodius (1577-1633).
Diss. Naturwiss. Fakultät III der Martin – Luther – Universität Halle – Wittenberg, 2007
http://nbn-resolving.de/urn/resolver.pl?urn=nbn%3Ade%3Agbv%3A3-000012783

7 Schöner, Johannes: Tabulae astronomicae. Nürnberg 1536
BStB http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bvb:12-bsb00025621-6

8 Schöner, Lazarus: De logistica sexagenaria. In Ramus, Petrus: Arithmeticae Libri Duo, Geometriae Septem Et Viginti. 1599.
SLUB http://digital.slub-dresden.de/fileadmin/data/267900945/267900945_tif/jpegs/267900945.pdf

9 Smith, D. E.: History of Mathematics,Vol. II. New York 1953

10 Stifel, Michael: Arithmetica Integra. 1544
SLUB http://digital.slub-dresden.de/id274450283
dt. Michael Stifel Vollständiger Lehrgang der Arithmetik. Deutsche Übersetzung von Eberhard Knobloch und Otto Schönberger, 2007

11 Theodoricus, Sebastianus: Breve, perspicuum, et facile compendium logisticae astronomiae. Wittenberg 1563, 1573.
BStB http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bvb:12-bsb00032942-4

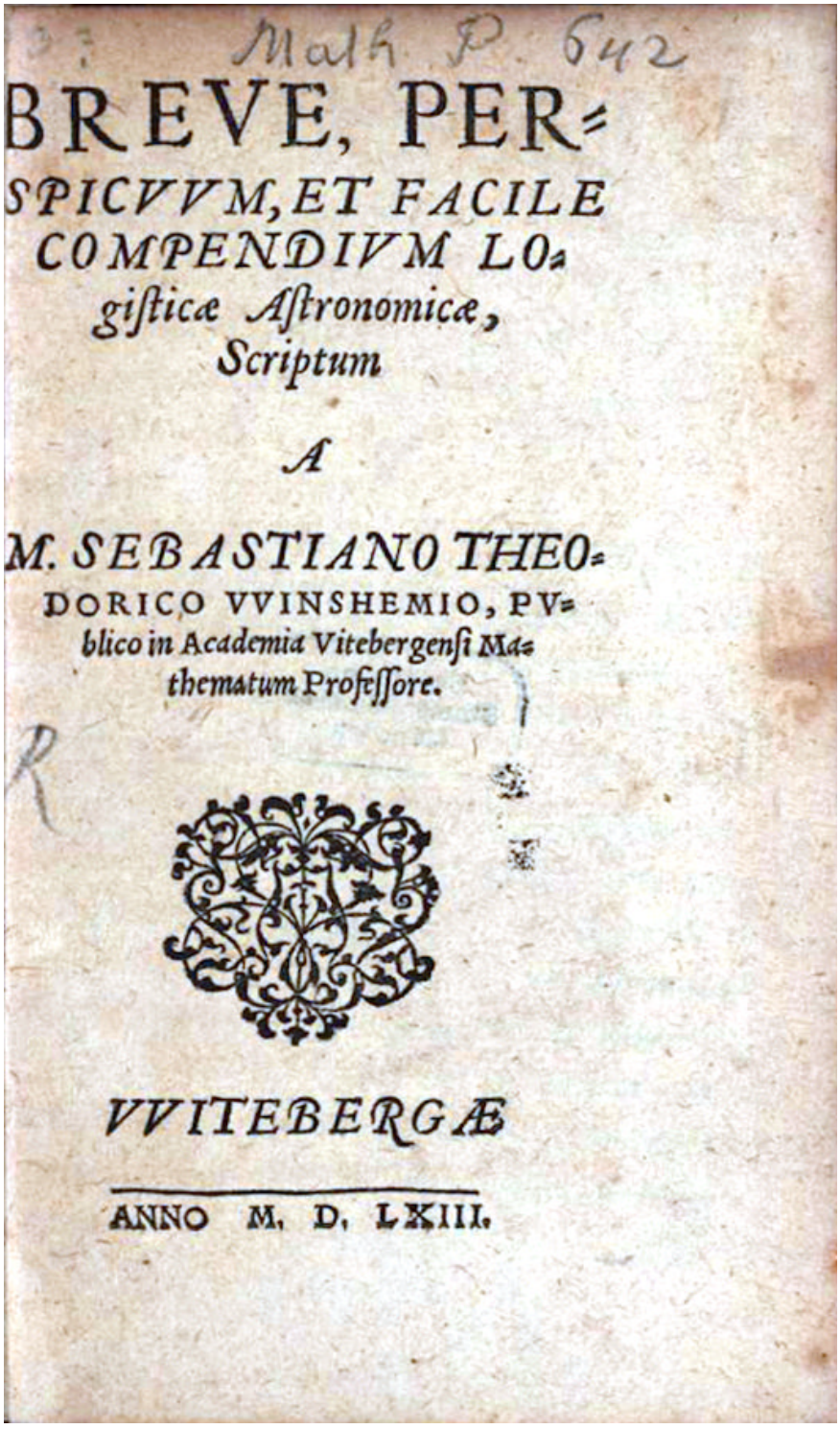
12 Theodoricus, Sebastianus: Novae quaestiones Sphaerae. Wittenberg 1564 u. ö
BStB http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bvb:12-bsb00021008-2

13 von Varel, Edo Hilderich: Logistice Astronomica. 1568
Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt,
http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:gbv:3:1-227408

14 Wallis, Johannis: De algebra tractatus historicus (et) practicus... operum mathematicorum volumen alterum. 1693
Google Digital Books; Hathi Trust Digital Library
http://hdl.handle.net/2027/ucm.5315919139

15 Weiss, Stephan: Reconstruction and Background of Gaspar Schott's Tabula Sexagenaria (1661) (Jan. 2012)
ttp://www.mechrech.info Abschn. Publikationen

16 Weiss, Stephan: Reconstruction of Sebastian Theodoricus: Canon Sexagenarum (1564), (Dec. 2011)
http://www.mechrech.info Abschn. Publikationen



Theodoricus: Compendium, Titelseite

Kurzes, umfassendes
und einfaches Compendium der astronomischen Arithmetik, geschrieben

von

M[agister] Sebastianus Theodoricus
von Windsheim, öffentlicher Professor
für Mathematik an der Universität
Wittenberg.

Wittenberg

im Jahr 1563

[fol. 2r]

Dem gänzlich untadeligen und durch Klugheit und Tugend ausgewiesenen Herrn D. Bartholomäus Laub[6], dem Präfekten in Sumerhausen, für seinen Bruder S[ebastian]. D[ietrich].

Wahrhaftigster und untadeligster Herr und teuerster Freund, von Plato ist gesagt worden, das Studium der Arithmetik mache träge Begabung schärfer und schneller. Da man nämlich in ihr unterschiedliche Zahlen in einer Summe zusammen zu fassen lernt, wechselseitig von sich anzuziehen, mit sich zu multiplizieren und zu dividieren, sowie mit diesen unterschiedlichen Operationen eine Zahl aus einer anderen abzuleiten. Mit dieser Beschäftigung wird der belebte Geist, von Natur aus

[fol. 2v]

dumpfer, einigermassen gewandter, klarer und leuchtender gemacht, zudem bekommt man Begabungen vermittelt, damit man in anderen Geschäften Überlegungen unter sich vergleichen, eine aus der anderen ableiten und folgern kann. Und deswegen und wegen dieser Nützlichkeit ist die Kenntnis der Arithmetik hoch zu schätzen und anzustreben. Tatsächlich beinhalten die Unterweisungen nicht allein Nutzen, sondern weitaus mehr und Höheres. Die Kenntnis der Zahlen, dem Geist der Menschen eingeprägt, überzeugen die Menschen ganz offenkundig, sodass er feststellt, die Welt sei nicht zufällig oder aus dummem Zufall entstanden, sondern aus ewigem Geist, gegründet auf und gelenkt und erhalten von grenzenloser Weisheit, Stärke, Güte und Mitleid und Gerechtigkeit.

Darüber hinaus wollte Gott für die Folge von Jahren seit Beginn der Welt dass es, wie bekannt, ein Zeichen gebe,

6 Dietrich widmet sein Werk einem Studienfreund an der Lorenzer Lateinschule in Nürnberg, dem er sich besonders verbunden fühlt. Später wurde Laub Präfekt im Kloster von Sumerhausen, dem jetzigen Sommerhausen am Main.

[fol. 3r]

wann und durch welche Zeugnisse er sich enthüllt haben wird. Wann er seinen einen und geliebten Sohn, unseren Herrn Jesus Christus, geschickt haben wird, damit er für das Menschengeschlecht das Opfer sein wird. Wann das Ende der Leiden seines müseligen Lebens besiegelt sein wird und in einem öffentlichen Prozess den Gottlosen ewige Strafen auferlegt werden, den Frommen gewiss Leben und ewiges Glück etc. gegeben wird, welche ohne die Lehre der Zahlen nicht verstanden werden können. Nicht einmal Historien, welche des ordentlichen Lebens Spiegel sind, können bewahrt werden, keine Verträge, des gemeinen Lebens Stütze, können ausgeübt werden ohne Kenntnis der Zahlen.

Schliesslich kann auch die notwendige Lehre vom Kirchenjahr und über allgemeine Angelegenheiten nicht aufgestellt werden ohne unterrichtete Arithmetik, indem sie die siderische Periode[7] zählt,

[fol. 3v]

mit deren Bewegung die jährlichen, monatlichen und täglichen Abschnitte definiert und festgelegt werden.

Jene, die mit dem Sonnen-Meridian vertrauter sind geziemt es die Jugend, besonders welche sich im Studium der Literatur befindet, in der Kenntnis der Arithmetik zu vertiefen und deren Prinzipien genau und eifrig zu unterrichten, vor allem jene, welche den Weg zur Berechnung der Bewegung der Himmelskörper aufzeigen. Weil ich die kurze, übersichtliche und gleichwohl einfache Methode des weltberühmten Mathematikers Johannes von Monteregio[8] in der Vorlesung über die *tabulae directionum* eingebracht und unterwiesen habe und indem ich bemerke wie die Zuhörer eine Ausgabe derselben verlangen, wollte ich nicht dem allgemeinen Vorteil für die Studenten entgegen stehen. Sobald sie deshalb veröffentlicht sind wollte ich sie dir

7 Die Siderische Periode ist die Zeit, die ein Himmelskörper für eine vollständige Umdrehung benötigt.

8 Johannes Müller (1436 – 1476) oder Johannes Königsperger, lat. auch Ioannes de Monte Regio oder Regiomontanus, Mathematiker und Astronom.

[fol. 4r]

widmen, liebster Bartholomäus, alter Gefährte meiner Studien, damit du unsere Freundschaft erkennen mögest, in Nürnberg unter dem sehr gelehrten Herrn Johannes Ketzmann[9], äusserst geschickter und unermüdlicher Former der Jugend, frommen Andenkens, Rektor der Schule Laurentiana, eingerichtet, vergrössert und erstarkt hier in Wittenberg, unter dem ehrwürdigen Herrn D. Paul Eber[10], Doktor der heiligen Theologie und wachsamer Pfarrer unserer Kirche [und] unseren gläubigen Lehrern, dass du mich bis hierher stets im Gedächtnis behalten hast und ebenso behalten wirst, solange als ich leben werde. Deshalb bitte ich dich freundlich, dass du diese meine Arbeit mit wohlwollendem Ausdruck annehmen mögest, mögest die Schlichtheit der Arbeit gut heissen, und mir, dir ergebenst,

[fol. 4v]

wie du das tust, weiter in Liebe begegnen. Lebe wohl tugendhaft und glücklich. Gegeben zu Wittenberg
am Tag der Sommer-Sonnenwende
im Jahr MDLXIII.

Sebastianus Theodoricus
Winshemius

9 Johannes Ketzmann (1487 - 1542), ab 1517 bis zu seinem Tode Rektor der Lorenzer Lateinschule in Nürnberg (s. Allgemeine Deutsche Biografie).

10 Paul Eber (1511 – 1569), evangelischer Theologe und Reformator, studierte in Nürnberg, später war er Magister der Philosophie an der Universität Wittenberg (s. Neue Deutsche Biografie).

[fol. 5r]

Über das Rechnen und das Benennen der vorgestellten Zahlen.

Alles Rechnen[11] wird mit Zahlen ausgeführt, sei es mit den üblicherweise benannten[12] oder von einer anderen Art der geometrischen Proportion: was von den ersteren benötigt wird um die letzteren zu verstehen, darüber werde ich hier nichts sagen, es wird verständlich gelehrt in der Arithmetica des Gemma Frisius[13] und in vielen anderen kleinen Büchern. Der letztere verwendet sogar Zahlen, die in einer kontinuierlichen Abfolge geometrischer Zunahme aufeinander folgen und im Verhältnis stehen mit Zweifachen und auch Dreifachen und auch Vierfachen.[14] Solche [Zahlen] erklärt er in der Algebra, über die wir anderswo sprechen werden,

[fol. 5v]

er [behandelt] aber auch [Zahlen], die untereinander das sechzigfache Verhältnis berücksichtigen und welche die astronomische Rechnung zur Verfügung stellt, die wir nun zu erklären uns vorgenommen haben. Diese Zahlen können auch auf die erste Ordnung der Bezeichner bezogen werden, in welcher kontinuierlichen Folge die Zahlen von sechzigfachem Verhältnis begleitet werden, wenn du von der ersten ausgehst.[15] Gleichwohl haben die Astronomen, um Schwierigkeiten zu vermeiden, einen sowohl bequemeren

11 Zwischen Zählen und Rechnen wird nicht klar unterschieden.

12 Gemeint sind die Zahlen des Zehnersystems.

13 Gemma Frisius: *Arithmeticae practicae methodus facilis*. 1540 u.ö.

14 In der Gegenüberstellung einer arithmetischen mit einer geometrischen Folge von Zahlen liegt der Ursprung der Logarithmen. Die Vereinfachung von Multiplikationen durch Additionen nach diesem Verfahren wird auch von Gemma Frisius angesprochen.

15 Er meint die Folge von Brüchen 1, 1/60, 1/3600, 1/216000..., mit 1/60 als der „ersten Ordnung der Bezeichner“, weil Einer keine Ordnung tragen. Stifel schreibt zu ihrer Herleitung „Übernommen ist die astronomische Progression aus jener geometrischen Progression, die mit der Eins beginnt und mit sechzigfachen Proportionen durchgehend ins Minus voranschreitet, wie man hier sieht: 1, 1/60, 1/3600...“ [10, Übers. 2007, fol. 64v].
Bei Peucer[5, Abschn. *De Numeratione*] gibt es eine sinngemäss vergleichbare Definition. Echte Brüche sind in den Grundrechenarten schwer zu handhaben. Deswegen weist Dietrich im nächsten Satz auf den einfacheren Weg hin. Warum Dietrich hier nicht auch den Begriff Brüche verwendet bleibt unklar.

über das Zählen.

als auch einfacheren Weg gewählt und die Teilung des Einers in kleinste Teile angewendet, nicht unter Berücksichtigung des Ersten, sodern des nächsten vorhergehenden Teils, das bedeutet, damit es leichter verstanden werden kann: den Zodiak[16] oder einen anderen beliebigen Kreis, der die Bewegung der Sonne repräsentiert, teilen sie in 360 Teile, die die Griechen Teile und Grade, die Lateiner Teile und Grad, mit dem Gang der Sonne, nennen. Eine beliebige Stunde wiederum teilen sie in sechzig Teile, die die Griechen Teile und erste kleine

[fol. 6r]

Sechzigstel, die Lateiner Bruchteile und erste verminderte Sechziger nennen und die Stunde noch einmal in sechzig andere Teile, die jene zweite Sechzigstel, wir zweite Bruchteile nennen. Den zweiten Bruchteil teilen sie wiederum mit Sechziger-Teilung in dritte Sechzigstel, d.h. in dritte Bruchteile, diese in vierte, und mit der gleichen Division weiter fortfahrend, werden vierte in fünfte, fünfte in sechste, sechste in siebente, siebente in achte, achte in neunte, neunte in zehnte, und in weitere kleinere Teile geteilt, wenn es die Notwendigkeit erfordert, damit sie die Bewegung der Sterne möglichst exakt berechnen können.

Ebenso wie sie mit der bereits angesprochenen Division eine beliebige Ganzzahl in Vielfache, das sind kleine Teile, teilen, ebenso sammeln sie in einer Addition, oder einer sechzigfachen Zusammenfassung eben diese

[fol. 6v]

Teile in andere grössere, welche die Griechen Sechziger, die Lateiner Sechziger nennen. Diese sind keine Teile des Einers, sondern Ganze, zusammengefasst über Sechziger-Addition oder steigernde Anhäufung. Indem nämlich sechzig Teile miteinander zusammengefasst werden legen sie erste Sechziger an, indem deren sechzig angehäuft werden bringen sie zweite Sechziger, mit diesen wieder sechzig zusammengefasst bringen sie den dritten Sechziger hervor und diese Addition, wie zuvor die Division, stegt auf bis zu den zehnten Sechzigern wenn es der Gebrauch erfordert (wenngleich bis dahin die Zahlen äusserst selten anwach-

16 Als Zodiak (lat./gr.), umgangssprachlich Tierkreis, wird eine etwa 20 Grad breite Zone um die Ekliptik bezeichnet, innerhalb der die scheinbaren Bahnen von Sonne, Mond und Planeten verlaufen. Die Ekliptik, also die scheinbare Sonnenbahn, bildet dabei die Mittellinie (zitiert nach Wikipedia.org).

sen). Man hat diese Anhäufung und Teilung mit sechzig erfunden und eingeführt wegen der schöpferischen Vorteile, es gibt nämlich keine Zahl, die mehr Teile ohne Rest aufnimmt oder in mehr Teile

[fol. 7r]

geteilt werden kann als sechzig. Denn sie nimmt auf elf zwölftel, fünf sechstel, drei viertel, zwei drittel, sieben zwölftel, ein halb, fünf zwölftel, ein drittel, ein viertel, ein sechstel.[17] Damit deshalb das Zählen leichter verstanden wird muss ein Student des astronomischen Rechnens im Gedächtnis behalten, dass es drei Klassen gibt, auf die alle astronomische Zahlen zurückgeführt werden können, nämlich Sechziger, Einer und Bruchteile. Unter diesen hat der Einer den mittleren Platz inne, aus der Ansammlung der Sechziger-Addition bestimmt sich die Ordnung der Sechziger, das Teilen mit Sechziger-Teilung erzeugt die Ordnung der Bruchteile. Wieviele Einer ein beliebiger Sechziger umfasst bzw. wieviele Teile ein Ganzes machen ergibt sich aus der Multiplikation der Bezeichner vom Einer zum Sechziger oder zum vorgegebenen Bruchteil mit Sechzig.[18]

[fol. 7v]

Über die Aussprache.

Damit feststeht den wievielten Platz ab dem Einer ein beliebiger Sechziger oder Bruchteil einnimmt, haben die Vorfahren zum Zweck des Benennens der Stelle den Ziffern Zahlen oder Stäbchen angeschrieben, die die Position ihres Sechzigers oder Bruchteils bezeichnen. Wer sie beachtet und innerhalb der geschriebenen Zahlen berücksichtigt wird leicht eine beliebige astronomische Zahl hervorbringen. Denn in dieser Rechnungsart, ebenso wie in der gemeinen, liegt der Anfang der Aussprache bei der höchsten Ziffer, das heisst, an der ersten gegen links und in dieser Reihenfolge entwickelt man die übrigen Stellen nach rechts, sodass die gegebene Zahl $\underset{15}{//\,ae}\ \underset{10}{/\,ae}\ \underset{45}{\circ}\ \underset{35}{/\,a}\ \underset{15}{//}\ \underset{9}{///}\ \underset{26}{////}$ ausgesprochen wird 15 zweite Sechziger, 10 erste, 45 Einer oder Teile, 35 erste Bruchteile, 15 zweite,

17 Dietrich zählt von 11/12 bis 2/12 herunter, der Bruch 1/12 fehlt.

18 Dietrich will sagen, zur Bestimmung der Anzahl der Einer in einem Sechziger mit der Ordnung n oder der Anzahl der Teile in einem Bruchteil mit der Ordnung n muss 60 n-mal mit sich multipliziert werden. Der Begriff der Potenz steht im nicht zur Verfügung.

9 dritte, 26 vierte und so weiter. In der gleichen Weise behandelt man alle anderen Zahlen,

[fol. 8r]

sei es [Zahlen] der Bewegung[19], sei es der Zeit. Wie auf die gleiche Weise Teile des Kreises geordnet werden in Sechziger und Bruchteile, so bündeln wir auch Teile der Zeit wie die der Tage, den Alfonsinischen [Tafeln] folgend, oder die der Jahre, Kopernikus folgend, in Sechziger oder teilen sie in Bruchteile.

Über die Addition.

Über die Hinzufügung.

Vorschriften der Addition.

Wie mit gemeinen Zahlen verschiedene Sorten Währungen addiert werden, ebenso gestaltet sich in dieser Rechnungsart die Addition der Teile des Kreises oder der Arten der Zeit. Die zu addierenden Einheiten werden nach Ordnung und Stelle entsprechend untereinander geschrieben. Nachdem dies geschehen ist wird die Addition an der äussersten Stelle rechts begonnen und wann immer die Einer einer beliebigen Stelle zusammengezogen zunehmen und in die Zehner übergehen werden die Zehner auf die folgende Ziffer

[fol. 8v]

der gleichen Stelle übertragen nach zurückhalten und unten anschreiben des Restes.[20] Falls jedoch der Zehner an jeder Stelle für sich sechzig überschreitet, sooft dies geschieht werden ebenso viele Sechziger abgetrennt und in die nächste höhere Ordnung übertragen, was übrig bleibt wird zurückgehalten und unter diesen Zehner geschrieben.[21]

Achtung. In der Addition der Bewegungen, aus den Tafeln übernommen, sollte nichts in die Stelle der Sechziger übertra-

19 Mit Zahlen der Bewegung sind Winkelgrade gemeint.

20 Die Begriffe *digitus* und *articulus* werden hier vereinfacht mit Einer und Zehner bzw. Einer- und Zehnerziffer übersetzt. Weil sexagesimale Ziffern ein- oder zweistellig dezimal geschrieben werden ist hier der Übertrag innerhalb einer Ordnung bzw. Stelle gemeint, wie z.B. bei der Addition 16° + 16° = 32°.

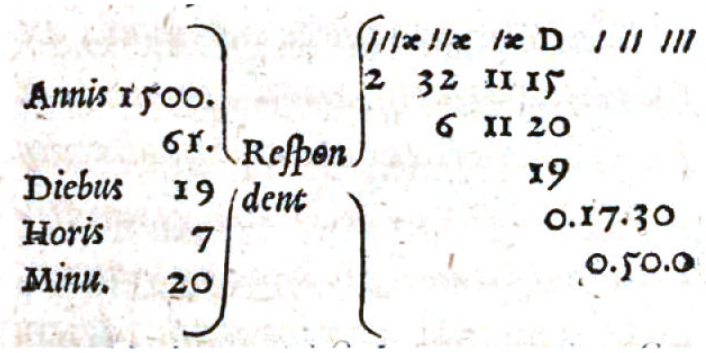
21 Hier ist jetzt der Übertrag von einer sexagesimalen Stelle auf die nächst höhere gemeint, falls die Zehner einer Stelle 60 erreichen oder überschreiten, wie z.B. bei der Addition 44' + 44' = 1° 28'.

gen werden nachdem dort sechs Sechziger zusammengefasst den ganzen Kreis ausmachen, es werden soviele [ganze Kreise] ignoriert wie das Angehäufte in der Anzahl zulässt. Sie [die ganzen Kreise] haben nämlich keinen Nutzen, denn es wird nicht gefragt wie oft ein beliebiger Stern den Zodiak durchlaufen haben wird sondern welchen Ort er dort besetzt.[22] Nur was übrig bleibt nach der Vernachlässigung der [ganzen] Kreise, wird am Ort des Zusammengefassten festgehalten.

[fol. 9r]

Es sollen addiert werden Tage, Sechziger und Bruchteile der Stunden, gegeben als 1561 Jahre,0 Monate, 19 Tage, 7 Stunden und 20 Minuten. Zunächst werden die Teile der vorgegebenen Zeitspanne links und die Sechziger und Bruchteile, die jenen entsprechen, im Bereich rechts, zusammengefasst auf folgende Art[23]

Den Schülern dieser Rechenart vorgegebene Zeiten



Sodann werden unter dem hochgestellten Stäbchen die einzelnen Ziffern in einer Reihe untereinander angeordnet addiert, wie bereits gesagt, und der Ausdruck $\underset{2}{///ae}$ $\underset{38}{//}$

$\underset{22}{/}$ $\underset{54}{D°}$ $\underset{18}{/a}$ $\underset{20}{//}$ $\underset{0}{///}$ wird zusammen gestellt.

Anderes Beispiel.

22 Volle Kreise zu 360° werden nach der Addition vernachlässigt. Ergibt sich beispielsweise nach einer Addition der Wert 730°, dann ist unerheblich, wie oft der Stern vollständig umgelaufen ist, nämlich 2x360°, sondern wo er sich befindet, im Beispiel bei 10° bezogen auf einen Nullpunkt.

23 Diese Zeitangabe entspricht sehr wahrscheinlich dem Zeitpunkt zu dem die Textpassage geschrieben wurde. Zuweilen geben auch andere Autoren Hinweise dieser Art.
Das Wort *Respondent* zwischen den Klammern bedeutet „sie entsprechen“. Zwischenwerte für die Umrechnungen sind im Anhang 1 aufgeführt.

[fol. 9v]

Falls du die einfache gleichförmige Bewegung der Sonnenzeit in einer Summe addieren willst, schreibe zuerst die Zeitabschnitte[24] jeweils untereinander. Danach fasse im Bereich jeden Abschnitts die Bewegungen zusammen, die diesen entsprechen, entnommen aus einer Tafel gleichförmiger Bewegungen. Schliesslich addiere die einzelnen Abschnitte in jeder Ordnung, wie gezeigt, wie du es im unten folgenden Beispiel ausgeführt siehst.

	s	p	'	''	'''	''''	v	vi
Epocha.	4	32	29	51	32	55		
ſexa ///æ	2. 4	22	44	32	22	29		
//æ	38. 3	11	12	8	15	7	18	
/æ	22. 3	41	0	10	9	56	7	23
Dies	54. 0	53	13	22	14	2	34	7
ſcrup. /a	18.	0	17	44	27	24	40	51
//a	20.		0	19	42	43	47	25
Aggregatũ.	4	40	58	08	44	38	27	46

Aus diesen beiden Beispielen und wieviel auch immer anderen wird der aufmerksame Leser leicht Additionen ohne jeden Fehler und ohne Tadel ausführen können.

[fol. 10r]

Über die Wegnahme.
Über die Subtraktion.

Vorschriften für die Subtraktion

Auch in dieser Rechenart unterscheidet sich die astronomische Rechnung nicht vom Rechnen mit üblichen Zahlen in verschiedenen Währungen. Denn so wie dort, werden hier ebenso nach dem richtigen untereinander schreiben der Zahlen an den entsprechenden Stellen die Ziffern einer Ordnung wechselweise abgezogen, etwa Einer vom Einer, Zehner vom Zehner und falls der untere Einer oder

24 Es sind dies von oben nach unten die Zeitabschnitte dritte, zweite, erste Sechziger, Tage, erste und zweite Bruchteile .

Subtrahend[25] zum oberen, von dem die Subtraktion ausgeführt werden soll, der grössere ist, sodass die Subtraktion nicht ausgeführt werden kann, wird vom Zehner der gleichen Ordnung eine Einheit genommen und mit dem Geborgten, addiert zum Einer, wird die Subtraktion trotz des zurückbehaltenen Zehners ausgeführt. Falls jedoch der untere Zehner den darüber übertrifft, dann wird

[fol. 10v]

ein Einer von der nächsten vorhergehenden Ordnung genommen und dieser aufgelöst in sechs, d. h. in sechzig (soviel nämlich ist der Einer der vorhergehenden Stelle wert unter Berücksichtigung der [geometrischen] Folge) und wird zum kleineren Zehner addiert, und so die Subtraktion ausgeführt.

Achtung.

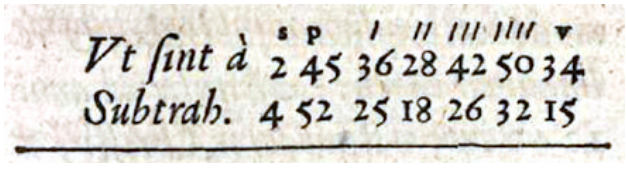
Der Rechner sollte daran denken, dass, wenn an einer beliebigen Stelle ein Einer verliehen wurde, er diesen an der gleichen Stelle oder Ordnung aufgibt, damit er nicht [den Einer] zweimal gesetzt eine fehlerhafte Rechnung ausführt.

Nochmals Achtung falls der Subtrahend grösser ist als jener von dem abgezogen werden soll.

Oft ereignet sich in dieser Rechenart, was in anderen nicht geschehen kann, dass eine grössere Zahl abgezogen werden soll von einer kleineren. Wenn sich dies irgendeinmal ereignet wird das Fehlende ausgebessert, indem man zur kleineren Zahl, soll heissen von der abgezogen werden soll, einen ganzen Kreis, aufgelöst in sechs Sechziger, addiert, und so die Subtraktion ausgeführt wird. Denn wie bei der Addition,

[fol. 11r]

wenn die Sechziger den Kreis überschreiten, werden sie abgeschnitten, ebenso in der Subtraktion, wenn sie fehlen, werden sie anderswoher aufsummiert und der Zahl hinzugezählt, von der die Subtraktion ausgeführt werden soll.



Da der Subtrahend, mit dem die Subtraktion ausgeführt werden soll, grösser ist, wird die Subtraktion mit hinzuge-

25 Minuend – Subtrahend = Differenz.

fügtem ganzen Kreis, d. h. mit sechs Sechzigern, zu den Sechzigern der kleineren Zahl addiert, ausgeführt[26] und es bleiben

s	*p*	/	//	///	///	*V*
3	53	11	10	16	18	19

Ein anderes Beispiel.

Ich möchte die Epoche[27] einfacher gleichförmiger Bewegung der Sonne festsetzen, die der festgesetzten Epoche zur

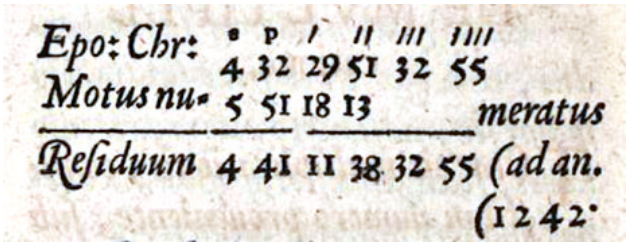
[fol. 11v]

Geburt Christi im Jahr 1242 vorausgeht. Deshalb entnehme ich den Tafeln gleichförmiger Bewegungen die einfache gleichförmige Bewegung der Sonne, welche

s	*p*	/
5	51	18

//
13

ist. Davon ziehe ich,wie bereits erklärt, den Zeitpunkt der Geburt Christi ab, und es verbleibt die festgelegte Epoche vor der Geburt Christus zum Jahr 1242, zu



Dies zeigt den Zeitpunkt zur vorgegebenen Zeit in Zahlen an.

Beispiel für Addition und Subtraktion.

Eine Rechenart prüft die andere, wenn du daher die Richtigkeit der Rechnung in der Addition prüfen willst, ziehe die verbundenen Teile ab vom Zusammengefassten. Wenn nichts übrig bleibt

---

26 Damit der Minuend grösser wird als der Subtrahend wandelt ihn Dietrich wie folgt um: (2,45;36,...) = (1,105;36,...) und, mit 360_{dez} = (6,0) wird der Minuend zu (7,105;36,...).

27 Als Epoche wird in der Astronomie ein Zeitpunkt bezeichnet, auf den sich die Angaben von Himmelskoordinaten, Bahnelementen oder Ephemeriden beziehen. (Zitat Wikipedia)

[fol. 12r]

ist die Operation richtig. Und demgegenüber, wenn in der Subtraktion die Rechnung geprüft werden soll, addiere den Rest zum Subtrahenden, und wenn übrig bleibt, wovon die Subtraktion ausgeführt wurde, ist die Ausführung richtig, wenn hingegen nicht wird sie zu wiederholen sein.

Über die Vervielfältigung
Über die Multiplikation

Vorschriften der Multiplikation.

Die ganze Kraft der Multiplikation besteht darin, eine Ziffer hervorzubringen, mit dem zugehörigen Bezeichner, an der passenden Stelle zusammengefasst. Die Rechnung wird auf die gleiche Weise ausgeführt wie mit gewöhnlichen Zahlen, nämlich im Multiplizieren jeder Ziffer des zu Multiplizierenden mit allen Ordnungen des Multiplikanden und das entsprechende Produkt an zugehöriger Stelle niederschreiben. Wenn du daher weisst mit welcher Ordnung und an welchem Ort

[fol. 12v]

Über die Bezeichnung der Ziffer die sich aus der Multiplikation ergibt.

sich eine Produktziffer ergeben wird, überlege genau, welche Ziffern auf beiden Seiten multipliziert werden und welche Bezeichner sie haben. Diese [Bezeichner] auf beiden Seiten verbunden, wenn beliebige Ordnungen des gleichen Bereichs multipliziert werden oder [diese Bezeichner] von sich wechselweise subtrahiert, wenn Ordnungen aus unterschiedlicher Bereichen dividiert werden, ergeben den Bezeichner des Produkts. Einer, multipliziert mit irgendeiner Ordnung aus einem der beiden anderen Bereiche geben eben diese [Ordnung], weil die Einheit welche der Einer repräsentiert[28], weder multipliziert noch dividiert. Hier sind die Regeln für den Bezeichner des Produkts zusammengefasst.

Regeln für den Bezeichner des Produkts.

I.

Einer multipliziert mit Einer geben Einer und Sechziger, sofern die Zahlen ausreichen.[29]

28 Dieser Hinweis ist schwer verständlich formuliert. Regel II stellt den Sachverhalt klar.

29 Sofern das Produkt der Ziffern den Wert 59 überschreitet ergeben sich sowohl Einer als auch erste Sechziger.

[fol. 13r]

II.

Einer multipliziert mit einer beliebigen Ordnung aus einem der beiden anderen Bereiche, ergeben die selbe Ordnung sowie die nächst grössere, sofern die Zahlen ausreichen.[30]

III.

Ordnungen des gleichen Bereichs mit sich multipliziert ergeben eine Ordnung in einem Bereich, den die Bezeichner der multiplizierten Ordnungen miteinander verbunden [addiert] zeigen.[31]

IIII.

Beliebige Ordnungen verschiedener Bereiche miteinander multipliziert bringen eine Ordnung, die übrig bleibt, wenn man die Bezeichner voneinander abzieht, und im Bereich des grösseren Bezeichners, sodass dritte Sechziger, mit ersten Bruchteilen multipliziert, zweite Sechziger ergeben und vierte Bruchteile,

[fol. 13v]

Über den Canon der Sechziger und Sechzigstel.

multipliziert mit dritten Sechzigern ergeben erste Bruchteile und so weiter. [32] Darüber siehe die nachfolgende Tafel.

Da jedoch wie oben gesagt ist, keine Ordnung der Ziffern in dieser Rechenart einen Sechziger übersteigt, und aus der Multiplikation zweier beliebiger Ordnungen, oft eine grössere Zahl herauskommt, ist es notwendig, dass diese regelmässig mit sexagesimaler Division auf den grösseren oder höheren Bezeichner reduziert wird. Da diese Operation jedoch lang, beschwerlich und kunstvoll ist, haben sie, damit sie die Beschwerlichkeit sich und den Schülern erleichtern, den Kanon der Sechziger und der Sechziger-Bruchteile oder des Proportionalteils[33], wie sie ihn nennen, aufgestellt, der Produkte enthält, die, abgeleitet aus der Multiplikation beliebiger Ordnungen, bereits reduziert sind auf den grösseren Bezeichner. Jedes beliebige Feld

30 $60^0 \times 60^a = 60^a$. Sofern das Produkt 59 überschreitet wird auch die Stelle 60^{a+1} belegt.

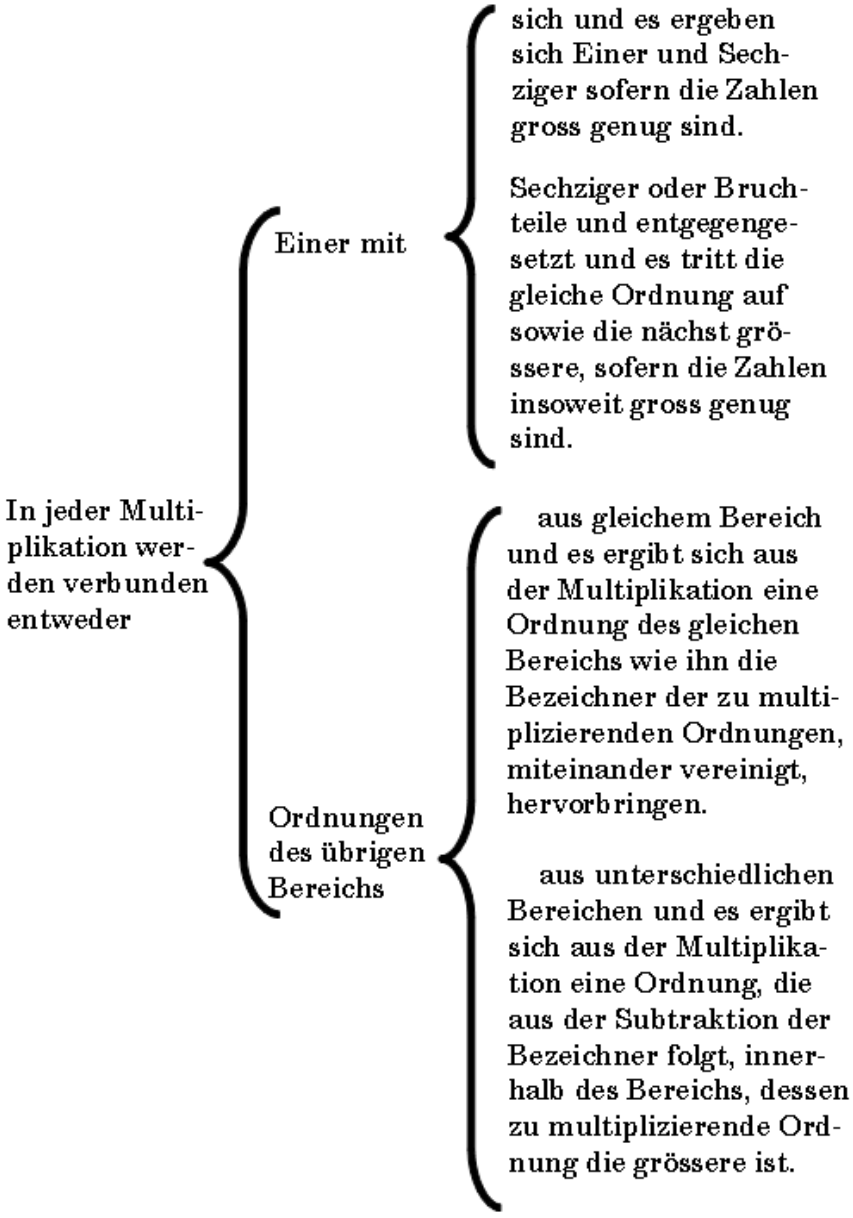
31 Hier wird wie auch an anderen Stellen nicht klar zwischen Ordnung und Bezeichner unterschieden. Gemeint ist $60^a \times 60^b = 60^{a+b}$ bzw. $60^{-a} \times 60^{-b} = 60^{-(a+b)}$.

32 Die IIII. Regel, dargestellt am Beispiel $60^{-4} \times 60^3 = 60^{-1}$: Dietrich rechnet mit den Ordnungen $4 - 3 = 1$; der grössere Bezeichner, hier 4, liegt im Bereich der Bruchteile, somit ist das Ergebnis Ordnung 1 im Bereich Bruchteile.

33 Mit dem Kanon sind sexagesimale Multipliziertafeln gemeint.

[fol. 14r]

Anzeigetafel der Bezeichner jener Ordnung, die sich aus einer Multiplikation ergibt.



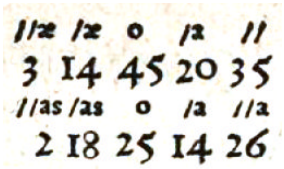
[fol. 14v]

enthält zwei immer miteinander verbundene Zahlen, deren folgende rechts jene ist, welche die zuvor gegebenen Regeln aus der Multiplikation zweier Ordnungen fordern, die erste zur linken kommt aus der gleichen Multiplikation und betrifft den nächst höheren Bezeichner. Denn sie ist bereits mittels sexagesimaler Division zu diesem gemacht.[34]

Mit diesem Kanon, bzw. der Tafel, wird eine Multiplikation auf folgende Weise ausgeführt. Der Multiplikator wird immer an der Seite der Tafel oder des Kanons gesucht, oberhalb der Diagonalen, der Multiplikand an der linken herablaufenden senkrechten Seite und im gemeinsamen Zusammenlauf bzw. im gekennzeichneten Rechteck steht das Produkt der multiplizierten Ordnungen.

[fol. 15r]

Es sollen multipliziert werden



Beispiel

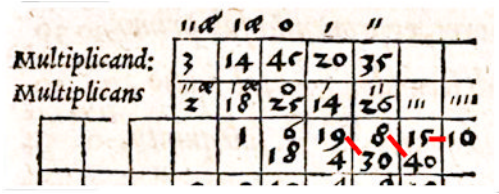
mit

Als erstes ziehe [multipliziere] $\frac{//}{26}$ in alle Ziffern darüber und es kommen unter der ersten $\frac{///}{15}$ $\frac{////}{10}$, unter der zweiten $\frac{//}{8}$ $\frac{///}{40}$, unter der dritten $\frac{/}{19}$ $\frac{//}{30}$[35], unter der vierten $\frac{\circ}{6}$ $\frac{/}{4}$, unter der fünften $\frac{a}{1}$ $\frac{\circ}{18}$.

---

34 Ein Beispiel: 31 x 11 = 341. Aus einer sexagesimalen Multipliziertafel lässt sich entnehmen 31 x 11 = (5, 41) ≡ 5 x 60 + 41. Die Bezeichner der Produktziffern ergeben sich aus den Bezeichnern der Produktfaktoren.

35 Die roten Markierungen im Bild unten zeigen die Anordnung der ersten drei Teilprodukte:



Die vollständige Ausführung ist auf fol. 16r wiedergegeben.

Als zweites multipliziere $\overset{/}{14}$ mit allen darüber stehenden und es kommen unter der ersten $\overset{//}{8}\ \overset{///}{10}$, unter der zweiten $\overset{/}{4}\ \overset{//}{40}$, unter der dritten $\overset{/}{10}\ \overset{/}{30}$ [36], unter der vierten $\overset{/ae}{3}\ \overset{\circ}{16}$, unter der fünften $\overset{//ae}{0}\ \overset{/ae}{42}$.

Als drittes ziehe 25 in alle darüber stehenden und es kommen unter der ersten $\overset{/}{14}\ \overset{//}{35}$, unter der zweiten $\overset{\circ}{8}\ \overset{/}{20}$, unter der dritten $\overset{/ae}{18}\ \overset{\circ}{45}$, unter der vierten $\overset{//ae}{5}\ \overset{/ae}{50}$, unter der fünften $\overset{///ae}{1}\ \overset{//ae}{15}$.

[fol. 15v]

Als viertes ziehe $\overset{/as}{18}$ in alle darüber stehenden und es kommen unter der ersten $\overset{\circ}{10}\ \overset{/}{30}$, unter der zweiten $\overset{/ae}{6}\ \overset{\circ}{0}$, unter der dritten $\overset{//ae}{13}\ \overset{/ae}{30}$, unter der vierten $\overset{///ae}{4}\ \overset{//ae}{12}$, unter der fünften $\overset{////ae}{0}\ \overset{///ae}{54}$.

Als fünftes multipliziere $\overset{/as}{2}$ mit allen darüber stehenden Ziffern und es kommen unter der ersten Stelle $\overset{a}{1}\ \overset{\circ}{10}$, unter der zweiten $\overset{//a}{0}\ \overset{/ae}{40}$, unter der dritten $\overset{///a}{1}\ \overset{//ae}{30}$, unter der vierten $\overset{////}{0}\ \overset{///ae}{28}$, unter der fünften $\overset{V}{0}\ \overset{////ae}{6}$.

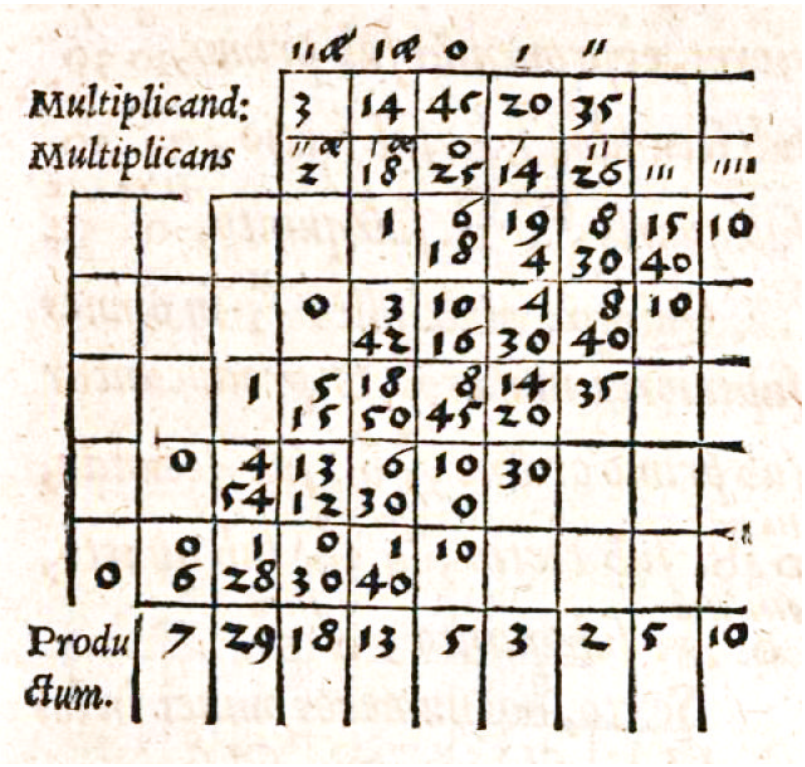
Als sechstes addiere ich diese Ziffern, alle an den entsprechenden Stellen untereinander geschrieben, nach der zweiten Vorschrift der Addition und es kommen $\overset{////ae}{7},\ \overset{///ae}{29},\ \overset{//ae}{18},\ \overset{/ae}{13},\ \overset{\circ}{5}\ \overset{/a}{3},\ \overset{//}{2},\ \overset{///}{5},\ \overset{////}{10}$.

[fol. 16r]

Siehe die nachfolgende Operation.

---

36 Druckfehler, richtig muss es heissen 10° 30".



Ein anderes Beispiel.

Anderes Beispiel

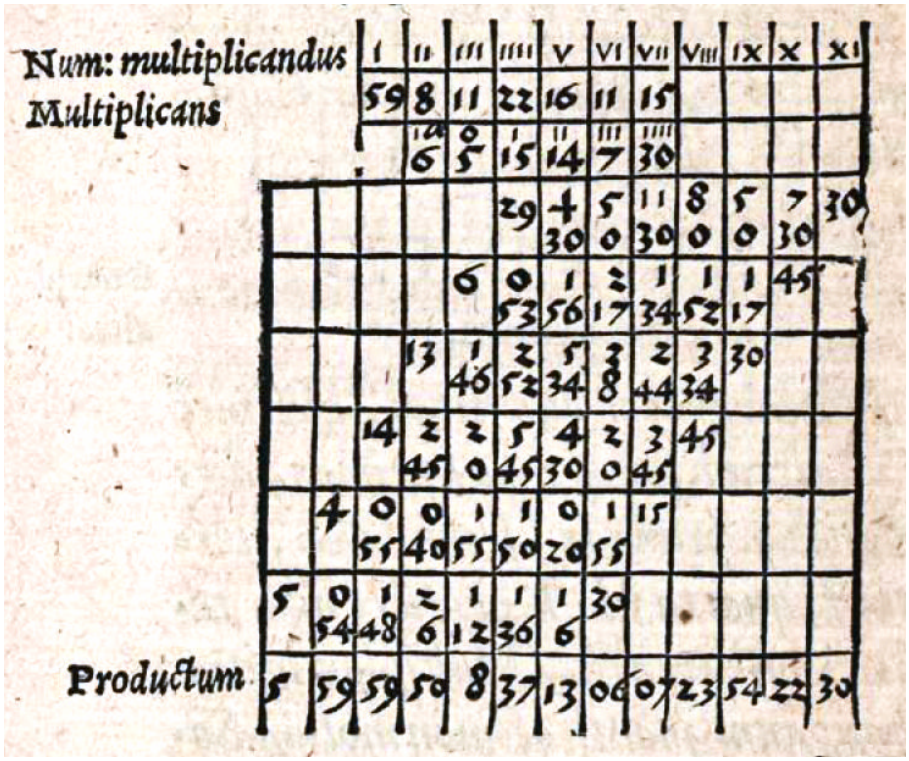
Die Grösse eines siderischen Jahres umfasst an Tagen 6 erste Sechziger, Tage 5, erste Bruchteile 15, zweite 14, dritte 7, vierte 30. Ich möchte wissen, ob [diese Grösse] wohl richtig festgesetzt ist. Ich multipliziere daher diese Grösse des Jahres mit der einfachen

[fol. 16v]

gleichförmigen Bewegung der Sonne, die / 59, // 8, /// 11, //// 22, V 16, V / 11, V // 15 beträgt, und es kommen 5 erste Sechziger 59 59 50 8 37 13 6 7 23 54, dem Produkt fehlen vom ganzen Kreis insgesamt 10 zweite Bruchteile[37]. Ich zeige, dass die Grösse des Jahres richtig festgesetzt ist.

37 Dietrich meint 5 59° 59 50" 8 37 13... + 10" = 6 0° 0 0 8 37 13... und das entspricht weitestgehend einem ganzen Kreis mit 360°.

Siehe die nachfolgende Operation.



[fol. 17r]

Über die Teilung oder die Nebeneinanderstellung.

Über die Division.

Die Division mit Hilfe des Kanons, der bei der Multiplikation erwähnt worden ist, wird auf folgende Art ausgeführt. Zuerst schreibe den Divisor[38] in Reihe auf eine Tafel oder auf Papier, mit hinzugesetzter Notation der Bezeichner, dergestalt, dass du darüber genügend Raum lässt, wo der Divisor mehrmals wiederholt und übertragen werden kann, sofern dies die Division erfordern wird. Danach fasse den Dividenden unter zwei parallel gezogenen Linien, sodass zwischen ihnen der Quotient geschrieben werden kann, zusammen, wiederum mit hinzugefügten Bezeichnern, dergestalt, dass dessen äusserste [linke] Ziffer unter die äusserste des Divisors geschrieben wird, sofern der Divisor auf diese meine Art gehandhabt werden kann, wenn nicht, wird er [der Dividend] eine Stelle darüber hinaus nach links verschoben, oder der Divisor eine Stelle nach rechts gesetzt.

38 Dividend / Divisor = Quotient.

[fol. 17v]

III. Ist dies getan suche den Divisor in der oberen horizontalen Seite der Tafel bzw. des Kanons, den Dividenden hingegen oder den nächst kleineren (damit nach der Multiplikation des Quotienten mit dem Divisor das Produkt vom Dividenden abgezogen werden kann), in jener Zelle, die zwischen zwei parallelen Linien unter den Divisor gesetzt sind und die Zahl, die im Bereich des Divisors rechtwinkelig in einem Rechteck an der äusseren Grenze quer vorgezeigt wird ist die Ziffer des Quotienen auf jener Stelle zwischen den parallelen Linien, die die unten gegebenen Regeln über den Bezeichner des Quotienten lehren werden.[39] Diesen Quotienten, an die entsprechende Stelle geschrieben, multipliziere mit dem Divisor und schreibe das Produkt unter den Dividenden in die passenden Stellen.

IIII.

V. Dieses Produkt aus der Multiplikation des Quotienten mit dem Divisor ziehe vom Dividenden ab,

[fol. 18r]

den Rest sorgfältig anschreibend.

VI. Nach dem Verschieben des Divisors in die nachfolgende Stelle nach rechts wiederhole diese Operation so oft, wie das gegebene Beispiel erfordert und es wird das Gesuchte herauskommen.

Über den Bezeichner des Quotienten.

Worauf sich jedoch der Bezeichner der entstehenden Ordnung bzw. des Quotienten gründet, sollte wiederum gewissenhaft überlegt werden, wie ich oben bei der Multiplikation gemahnt habe, weil die Zahlen und deren Bezeichner dividiert werden. Diese [Bezeichner] nämlich, von sich subtrahiert, wenn welche Ordnungen auch immer aus gleichen Bereichen dividiert werden, oder addiert, wenn beliebige Ordnungen aus unterschiedlichen Bereichen dividiert werden, zeigen die sich ergebende Ordnung, abhängig vom Bereich der Zahlen zuvor, die gleichzeitig dividiert werden, wenn der Bezeichner des Dividenden grösser ist als der des Divisors, oder aber von gegensätzlichen Bereichen,

Allgemeine Regeln

39 In der ersten Hälfte des Satzes spricht Dietrich die sexagesimale Multipliziertafel an und meint mit parallelen Linien die senkrechte Spalte in der Tafel mit der Kopfzahl des Divisors. Später dann spricht er von der schriftlichen Division und von der Position des gefundenen Quotienten innerhalb der waagerechten parallelen Linien unterhalb des Divisors dort.

[fol. 18v]

wenn der Bezeichner des Divisors grösser ist als der des Dividenden. In Bezug auf das zuletzt [Genannte] über das wiederholte Erstellen der zu dividierenden Teile bedeutet dies, in der Division ergibt sich immer eine Ordnung, die im Abstand vom Einer so gross ist wie die zu teilende Ordnung vom Teilenden.[40] Nachfolgend sind diese Regeln über den Bezeichner des Quotienten zusammengefasst.

I.

Einer, dividiert durch Einer, ergibt Einer.

II.

Einer, dividiert durch eine beliebige Ordnung aus einem der beiden Bereiche ergibt die gleiche Ordnung im anderen Bereich, sodass Einer, geteilt durch erste Sechziger ergeben erste Bruchteile, [Einer] geteilt durch erste Bruchteile ergeben erste Sechziger.[41]

III.

[fol. 19r]

Eine Ordnung aus einem der beiden Bereiche,geteilt durch Einer, erzeugt die gleiche Ordnung im gleichen Bereich, sodass erste Bruchteile, geteilt durch Einer, erste Bruchteile ergeben, zweite Sechziger, geteilt durch Einer, ergeben zweite Sechziger.

IIII.

Eine Ordnung mit ihrem Bereich, dividiert durch eben diese, ergibt Einer.[42]

V.

Eine beliebige Ordnung in ihrem Bereich dividiert mit einer unterschiedlichen Ordnung ergibt jene Ordnung die übrig bleibt aus der Subtraktion des kleineren Bezeichners vom grösseren, im gleichen Bereich wenn der Bezeichner

40 Einfacher ausgedrückt: die Ordnung des Quotienten hat den gleichen Abstand von den Einern wie die Ordnungen von Dividend und Divisor voneinander entfernt sind (vgl die Darstellung in der Einführung). Von Differenzen der Ordnungen darf nicht gesprochen werden, weil Dietrich keine negativen Ordnungen kennt, somit auch das Rechnen mit Exponenten nicht angewendet werden kann.

41 $60^0 / 60^a = 60^{-a}$.

42 $60^a / 60^a = 60^0$.

des Dividenden grösser ist als der Bezeichner des Divisors oder im anderen Bereich, wenn der Bezeichner des Divisors

[fol. 19v]

grösser ist als der Bezeichner der Ordnung des Dividenden.[43]

VI.

Beliebige Ordnungen aus unterschiedlichen Bereichen dividiert ergeben jene Odnung, welche die addierten Bezeichner der zu dividierenden Ordnungen ergeben, immer im Bereich der Ordnung des Dividenden.[44]

VII.

Es sind auch alle diese Regeln zu verstehen aus den Beispielen zur Division, in denen der Dividend grösser ist als der Divisor. Falls der Divisor grösser ist als der Dividend ergibt sich nicht die Ordnung, wie es die Regel besagt, sondern die nächst kleinere.[45]

Veranschaulichungen dieser Regeln hier und der Multiplikation können aus Theons[46] Kommentar des Ptolemäus sowie der Logistica[47] des berühmten Herrn Doktor Peucer entnommen werden.

[fol. 20r]

Zu diesen Regeln siehe die folgende Tafel,
bezeichnet mit
(A)

Beispiel. Gegeben sei der ganze Zodiak, zu dividieren mit der einfachen gleichmässigen Bewegung der Sonne, die beim ersten Stern Widder beginnt und / // /// 59 8 11 Beispiel

43 Beide Ordnungen liegen im gleichen Bereich und sind unterschiedlich gross. Wären sie gleich gross träfe Regel IIII. zu
$60^{a} / 60^{b} = 60^{a-b}$ für a > b und $= 60^{b-a} = 60^{-(a-b)}$ für a < b;

44 Beide Ordnungen liegen in unterschiedlichen Bereichen
$60^{a} / 60^{-b} = 60^{a+b}$ bzw. $60^{-a} / 60^{b} = 60^{-(a+b)}$.

45 Auf den ersten Blick passt diese Regel nicht in den Kontext der anderen. Nach meiner Meinung will Dietrich folgenden Zusammenhang ausdrücken
$(a \times 60^{m}) / (b \times 60^{n}) = (a/b) \times 60^{m-n}$ für a > b und $= (a/b) \times 60^{m-n-1}$ für a < b.

46 Theon von Alexandria (ca. 335 – ca. 405).

47 Peucer: Logistice... [5].

//// *V* *V /* *V //*
22 16 11 15 beträgt, damit die Grösse des siderischen Jahres bestimmt werde. Zuerst schreibe auf die gleiche Art wie in den obigen Vorschriften abgehandelt, in einen Ort weiter oben den Divisor und lasse soviel Platz übrig wie für die Veränderung und Übertragung des Divisors benötigt wird. Danach ziehe zwei parallele Linien[48], schreibe darunter den Dividenden, so, dass er eine Stelle nach links den Divisor überragt, weil der Divisor grösser ist als der Dividend, wie es in der nachfolgenden Abbildung dargestellt ist.

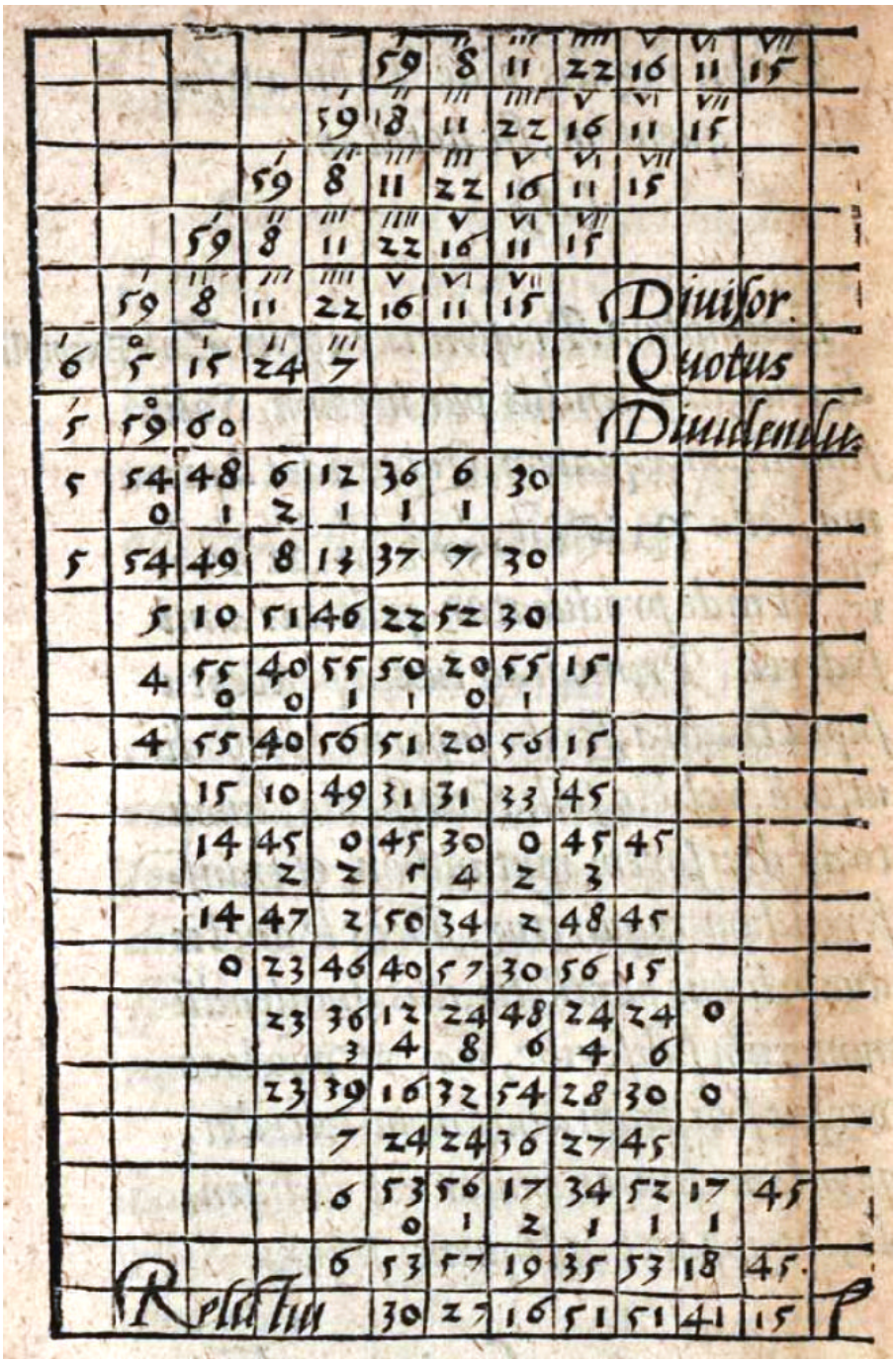
48 Die beiden parallelen Linien sind in der folgenden Niederschrift nicht eingetragen, sie müssen wie hier gezeigt liegen

Divisor

Quotus

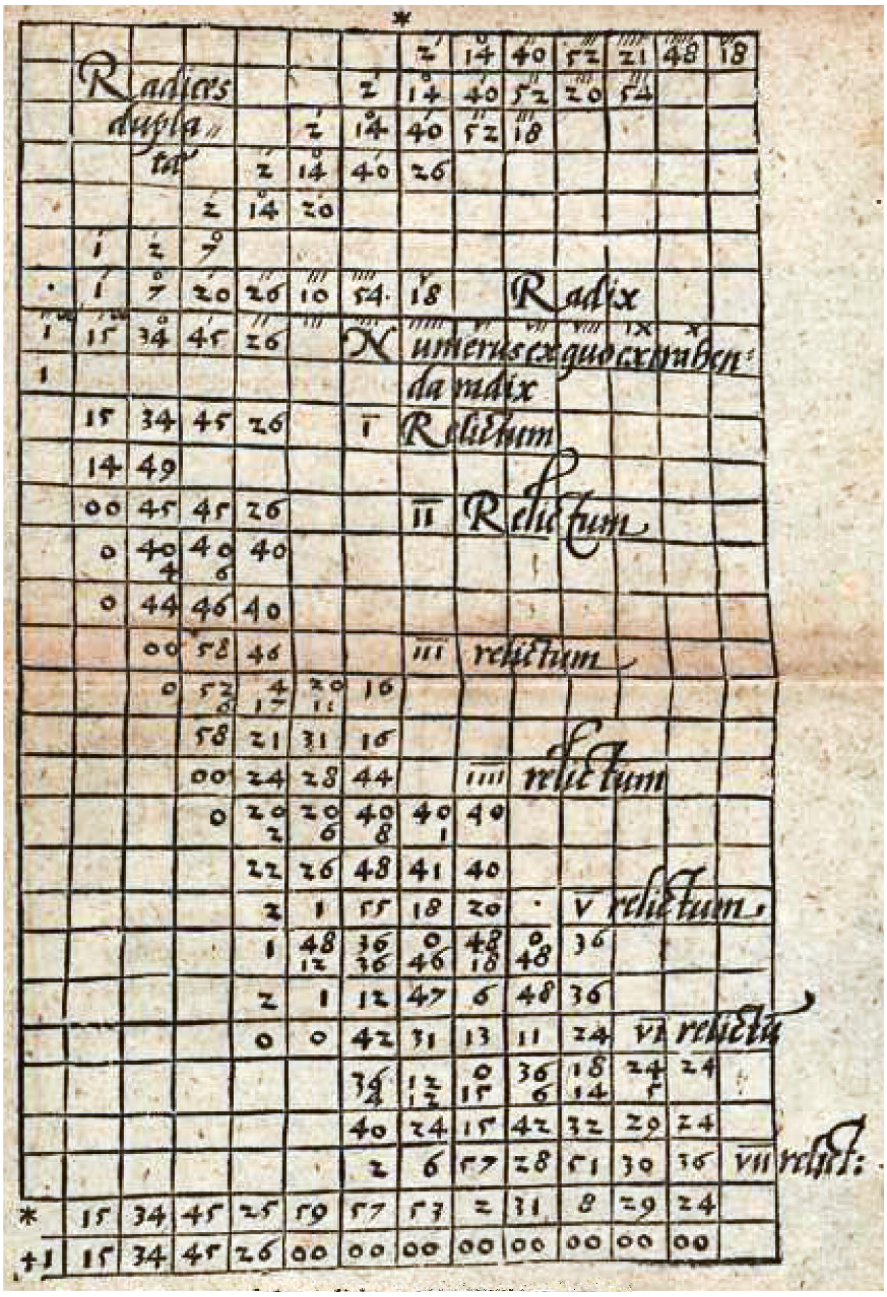
Dividendus

[fol. 20v]



Demnach hat das siderische Jahr 365 Tage, 6 Std., 9 Min. und 39 Sek.

Anzeigetafel der Bezeichner jener Ordnung, die sich aus einer Division ergibt



* Produkt aus der Multiplikation der Wurzel mit sich und mit allen Verdoppelten.
† Die Zahl aus der die Wurzel gezogen wird.

[fol. 21r]

Dieses getan suche den Divisor an der Seite der Tafel oder des Kanon, oberhalb der Diagonalen, in der gleichen Zelle, rechtwinklig heruntergehend, suche den Dividend oder das

nächst kleinere, das 5 54 ist, am Rand[49] findest du 6, übertrage in die übrige freie Zelle des Quotienten, beim Bezeichner der ersten Sechziger (weil Ordnungen unterschiedlicher Bereiche dividiert werden mit grösserem Divisor), wenn die Quotientenziffer an ihren Platz geschrieben ist, multipliziere sie mit dem Divisor und es kommen $\underset{5}{/}$ $\underset{54}{\circ}$ $\underset{49}{/}$ $\underset{8}{//}$ $\underset{13}{///}$ $\underset{37}{////}$ $\underset{7}{V}$ $\underset{30}{V/}$. Diese subtrahiert vom Dividenden bleiben $\underset{5}{\circ}$ $\underset{10}{/}$ $\underset{51}{//}$ $\underset{46}{///}$ $\underset{22}{////}$ $\underset{52}{V}$ $\underset{30}{V/}$. Fahre weiter nach rechts eine Stelle im Divisor und im Wiederholen dieser Operation wirst du am Platz der Quotientenziffer $\underset{5}{\circ}$ finden mit

[fol. 21v]

dem Bezeichner der Einer, da ja die Ziffer des Dividenden kleiner ist als der Divisor. Diesen Quotienten multipliziere mit dem Divisor und es kommen $\underset{4}{\circ}$ $\underset{55}{/}$ $\underset{40}{//}$ $\underset{56}{///}$ $\underset{51}{////}$ $\underset{20}{V}$ $\underset{56}{V/}$ $\underset{15}{V//}$, diese abgezogen vom vorherigen Rest bleiben $\underset{15}{/}$ $\underset{10}{//}$ $\underset{49}{///}$ $\underset{31}{////}$ $\underset{31}{V}$ $\underset{33}{V/}$ $\underset{45}{V//}$. Verschiebe den Divisor eine Stelle nach rechts und wiederhole die dritte Operation, am Ort der Ziffer des Quotienten ergeben sich $\underset{15}{/}$ .Weil nochmals der Divisor grösser ist als die Ziffer des Dividenden, dieser multipliziert mit dem Divisor bringen $\underset{14}{/}$ $\underset{47}{//}$ $\underset{2}{///}$ $\underset{50}{////}$ $\underset{34}{V}$ $\underset{2}{V/}$ $\underset{48}{V//}$ $\underset{45}{V///}$ hervor, subtrahiere vom zweiten Rest und es bleiben $\underset{23}{//}$ $\underset{46}{///}$ $\underset{40}{////}$ $\underset{57}{V}$ $\underset{30}{V/}$ $\underset{56}{V//}$ $\underset{15}{V///}$. Wiederhole die vierte Operation, an der Stelle der Ziffer des Quotienten kommen $\underset{24}{//}$ nach den Regeln V und VII, wel-

49 Der angesprochene Tafelteil im Ausschnitt: 6 x 59 = 354 = $(5.54)_{60}$.

		59	
6		5 54	

che multipliziert mit dem Divisor ergeben $\overset{//}{23}$ $\overset{///}{39}$ $\overset{////}{16}$ $\overset{V}{32}$ $\overset{V/}{54}$ $\overset{V//}{28}$ $\overset{V///}{30}$,

[fol. 22r]

diese abgezogen vom dritten Rest bleiben $\overset{///}{7}$ $\overset{////}{24}$ $\overset{V}{24}$ $\overset{V/}{36}$ $\overset{V//}{27}$ $\overset{V///}{45}$. Auch die fünfte Operation wiederholt, kommen an der Stelle des Quotienten $\overset{///}{7}$ nach den Regeln V und VII. Diese multipliziert mit dem Divisor kommen $\overset{///}{6}$ $\overset{////}{53}$ $\overset{V}{57}$ $\overset{V/}{19}$ $\overset{V//}{35}$ $\overset{V///}{53}$ $\overset{V////}{18}$ $\overset{X}{45}$, subtrahiert vom vierten Rest bleiben $\overset{////}{30}$ $\overset{V}{27}$ $\overset{V/}{16}$ $\overset{V//}{51}$ $\overset{V///}{51}$ $\overset{V////}{41}$ $\overset{X}{15}$, fertig ist die Division. Falls jemand trotzdem noch kleinere Teile suchen will, kann er die gleiche Operation nach Belieben wiederholen, obwohl das nicht nötig ist. So kommen aus der Division $\overset{/}{6}$ $\overset{°}{5}$ $\overset{/}{15}$ $\overset{//}{24}$ $\overset{///}{7}$, diese in Zeit verwandelt zeigen die richtige Grösse des siderischen Jahres, Tage 365, Stunden 6, Minuten 9, Sekunden 39, u.s.w.

Ein anderes Beispiel.

[fol. 22v]

Beispiel II.

Es sind gegeben $\overset{////ae}{7}$ $\overset{///ae}{29}$ $\overset{//ae}{18}$ $\overset{/ae}{13}$ $\overset{°}{5}$ $\overset{/}{3}$ $\overset{//}{2}$ $\overset{///}{5}$ $\overset{////}{10}$, zu dividieren durch $\overset{//as}{2}$ $\overset{/as}{18}$ $\overset{°}{25}$ $\overset{/}{14}$ $\overset{//}{26}$. Die Ziffern nach obiger Vorschrift recht gesetzt sollte überlegt werden wie oft die erste Ziffer des Divisors in der ersten des Dividenden enthalten ist, weil es drei macht schreibe 3 in die übrige Zelle des Quotienten, unter den Bezeichner zweite Sechziger, nach Regel V. Dies getan multipliziere den Quotienten mit dem Divisor und du erhältst $\overset{////as}{6}$ $\overset{///}{55}$ $\overset{//}{15}$ $\overset{/}{43}$ $\overset{°}{18}$, welche vom Divi-

denden abgezogen zunächst /// // / ° /
34 2 29 47 3
// /// ////
2 5 10 übrig lassen .

Den Divisor eine Stelle nach rechts bewegt und eine Vermutung angestellt, wie oft dieser im Rest enthalten sein könnte, sicherlich die Quotientenziffer 14, wird sie in der übrigen Zelle beim Quotienten untergebracht, unter dem Bezeichner der ersten Sechziger, nach

[fol. 23r]

der Regel V, und nach der Multiplikation des Quotienten mit dem Divisor kommen /// // / ° /
32 17 53 22 4 , die, vom ersten Rest abgezogen, /// // / ° /
1 44 36 24 59
// /// ////
2 5 10 ergeben.

Nach Wiederholen der dritten Operation kommen im Quotienten °
45 nach den Regeln V und VII, die mit dem Divisor multipliziert // / ° / //
43 48 55 49 30 ergeben. Diese vom zweiten Rest abgezogen, verbleiben / °
47 29
/ // /// ////
9 32 5 10 .

Nach Wiederholen der vierten Operation kommen an der Stelle des Quotienten /
20 nach Regel V. Aus der Multiplikation dieses Quotienten mit dem Divisor [kommen]
/ ° / // ///
46 8 24 48 40 . Diese vom vierten Rest abgezogen, verbleiben / ° / // /// ////
1 20 44 43 25 10 .

Nach Wiederholung der fünften Operation schliesslich

[fol. 23v]

zeigen sich an der Stelle des Quotienten //
35 . Aus der Multiplikation dieses Quotienten mit dem Divisor [kommen]
/ ° / // /// ////
1 20 44 43 25 10 .Diese abgezogen vom fünften Rest bleiben 0. Da der Dividend geradewegs verschwindet ergibt sich daraus, dass die Division richtig ausgeführt worden ist.

Ein Beispiel für Multiplikation und Division.

Wenngleich viele Regeln für das Prüfen der vorhergegangenen Rechenarten aufgestellt werden können, ist trotzdem nichts sicherer als die entgegengesetzte Rechenart, denn, wie bereits zuvor gesagt, eine Rechenart prüft die andere, deshalb prüft die Division eine Multiplikation, die Multiplikation eine Division. Um die Rechnung der Multiplikation zu prüfen teile das Produkt aus der Multiplikation mit der anderen der zu multiplizierenden [Zahlen],

[fol. 24r]

wenn die andere herauskommt ist die Rechnung richtig, muss die Rechnung der Division zu prüfen sein multipliziere den Quotienten mit dem Divisor, wenn der Dividend heraus kommt ist die vorangegangene Rechnung rechtmässig, falls nicht muss sie wiederholt werden.

Über das, was sich aufeinander bezieht.

Über das Bestimmen des proportionalen Teils.

Das Aufsuchen des proportionalen Teils unterscheidet sich nicht von der üblichen Rechenart des Dreisatzes oder der Proportionen. Deshalb wird diese Rechnung mit Multiplikation und Division durchgeführt, so wie hier. Denn aus der 16. Proposition des sechsten [Buches] und aus der ersten Definition des zweiten [Buches][50] wird dessen Rechnung zusammengefasst: deren eine lehrt, mit vier gegebenen proportionalen Grössen entspricht das Rechteck aus den mittleren [Grössen] dem Rechteck aus den äusseren.[51]

Grundlage der Proportionsregel.

[fol. 24v]]

Das macht darauf aufmerksam, dass sich aus einem Rechteck, gefasst innerhalb zweier gerader Linien, die einen rechten Winkel einschliessen, ganz eindeutig ergibt, dass

50 Gemeint sind die Elemente von Euklid.

51 Für $a/b = c/d$ gilt $bc = ad$ (Euklid, Elemente, Buch VI, Prop. 16). Die nachfolgende Beweisführung basiert ebenfalls auf dieser Stelle.

bei Fehlen[52] einer der äusseren [Grössen] nach einer Multiplikation der inneren [Grössen] und Division des Produkts durch die andere der äusseren die unbekannte und fehlende [Grösse] entsteht, weil, sofern es um die letzte geht, diese in der Proportion zur dritten steht wie die zweite zur ersten, oder diese, sofern die erste unbekannt ist, auch in der Proportion zur zweiten steht wie die dritte zur vierten. Dies wird die rechte Regel der Proportion genannt. Aus dem bereits Gesagten steht auch fest, wenn die vierte oder letzte fehlt, wie dies meistes geschieht, wird die dritte in die Mitte gestellt, das Produkt durch die erste dividiert und es kommt im Quotienten die vierte Zahl, die eine Proportion zur dritten besitzt

Vorgehensregeln.

[fol. 25r]

wie die zweite zur ersten.[53] Oder wenn die erste fehlt, wird die zweite an die dritte Stelle gesetzt und das Produkt wird dividiert durch die vierte und es ergibt sich die erste mit der gleichen Proportion zur zweiten wie die dritte zur vierten.

Achtung

Mitunter kommt vor, dass eine der drei gegebenen Zahlen, die erste oder die mittlere oder die letzte, aus einem Einer besteht, wo es auch eine Eins [sein kann]. Wenn dies geschieht wir die Rechnung zur Gänze mit Multiplikation wie im ersteren Fall, oder gänzlich mit Division, wie in den beiden nachfolgenden Fällen, ausgeführt. Die Einheit oder der Einser multipliziert nämlich nicht und dividiert nicht, sondern lässt die Zahl so gross wie sie ist. Aber selbst wenn die Vorschrift für sich einfach ist, benötigt sie dennoch ein Beispiel, mit dem verdeutlicht wird und das wird nachfolgend vorgelegt.

Der Mond durchläuft mit gleichförmiger Bewegung in der Longitude

52 Mit Fehlen einer Grösse meint er hier, dass deren Zahlenwert unbekannt ist.

53 Er meint wohl $a/b = b/c$ wenn nur drei Grössen a, b, c gegeben sind. Dafür spricht, dass er im nächsten Absatz ebenfalls mit drei Grössen arbeitet.

[fol. 25v]

Erstes Beispiel, in dem die mittlere Zahl aus einem Einer besteht.

zur Sonne ° / // /// //// V V / V // 12 11 26 41 29 57 49 37 in einer Tagesspanne, [gefragt ist] in welcher Anzahl an Tagen er den Zodiak ganz durchwandert und zu eben dieser Sonne zurückkehrt. In diesem Beispiel besteht die mittlere Zahl aus einem Einer, offensichtlich 1. Tag, und weil die dritte nicht multipliziert, sondern so gross bleibt wie sie ist, ergibt diese dividiert durch die erste in wievielen Tagen der Mond den Zodiak durchwandert hat und zur Sonne zurückkehrt. Es wird deshalb die Division wie oben vorgegeben aufgestellt[54] und nachdem die Zahlen recht niedergeschrieben sind, wonach der Divisor wie es sich aus dem Kanon ergibt, 29 mal in der Zahl des Dividenden enthalten sein kann, wird dieser in die freie Zelle geschrieben unter den Bezeichner der Einer, nach den Regeln III und VII, und nach ausgeführter Multiplikation der Zahl des Quotienten mit dem Divisor kommen / ° / // 5 53 31 54 /// //// V V / V // 3 28 56 58 53 , welche von der Zahl des Dividenden subtrahiert

[fol. 26r]

° / // /// //// V V / V // 6 28 5 56 31 3 1 7 übrig lassen.

Mit der zweiten wiederholten Operation kommen / 31 an der Stelle der Zahl des Quotienten, nach den Regeln I und VII. Aus der Multiplikation [kommen] ° / // 6 17 54 /// //// V V / V // V /// 47 26 28 52 38 7 . Aus der Subtraktion vom ersten Rest / // /// //// V V / 10 11 9 4 34 8 V // V /// 28 53 .

Mit der dritten wiederholten Operation kommen // 50 an der Stelle der Zahl des Quotienten, nach den Regeln III und VII. Aus der Multiplikation / // /// //// 10 9 32 14

54 Dietrich rechnet 12° 11'... / 1 (Tag) = 360° / X (Tage für einen vollständigen Umlauf) bzw. X = 360° / 12° 11'...

V V / V // V /// /X
34 58 18 20 50 . Aus der Subtraktion
// /// //// V V / V // V /// /X
1 36 49 59 10 17 32 10 .

Mit der vierten wiederholten Operation kommen ///
7
an der Stelle der Zahl des Quotienten, nach den Regeln III und VII. Aus der Multiplikation // /// //// V
1 25 20 6
V / V // V /// /X X
50 25 58 47 19 . Aus der

[fol. 26v]

Subtraktion /// //// V V / V // V /// /X
11 29 52 19 47 33 22
X
41 .

Mit der fünften wiederholten Operation kommen ////
56
an der Stelle der Zahl des Quotienten, nach den Regeln III und VII. Aus der Multiplikation /// //// V V /
11 22 40 54
V // V /// /X X X/
43 59 50 18 32 . Aus der Subtraktion
//// V V / V // V /// /X X X/
7 11 25 3 33 32 22 28 .

Wer will kann daraus mit weiteren wiederholten Operationen sogar noch kleinere Teile abgewinnen, aber ich meine das ist nicht notwendig, deshalb widerstehe ich hier und verwandle die Zahl des Quotienten in Stunden und Bruchteile der Stunden, wie es aus den Bruchteilen des Tages bekannt ist und es kommen 29 Tage 12 Stunden, 44 M.[in]. 3 S.[ek]. 8 Te[rzen], in denen der Mond, von der Sonne weggegegangen und mit gleichförmiger Bewegung der Longitude den ganzen Zodiak durcheilt, zu dieser zurückkehrt.

Ein anderes Beispiel.

[fol. 27r]

Es ist die einfache Unregelmässigkeit im Äquinoktium /
2
° / //
42 55 6 vorgegeben, damit dazu aus den Preussi-

schen Tafeln[55] die Ausgleichung der Sonnenmitte aufgesucht wird.

II. Beispiel, in dem die erste Zahl aus einem Einer besteht.

In den Kanon der Prosthaphairesis[56] der Sonne gegangen, suche die Sechziger im oberen Querrand des Kanons, den Grad am linken Rand herabgehend und in der gemeinsamen Übereinstimmung der Stunden wirst du die Ausgleichung des Mittelpunkts zu $\overset{\circ}{2}\ \overset{/}{35}\ \overset{//}{40}$ finden. Da aber diese auf 42 ganze Grade der Anomalie der Äquinoktien berechnet ist besteht in ihr noch ein Überschuss von $\overset{/}{55}\ \overset{//}{6}$, sodass du mit diesen hier den entsprechenden Proportionalteil finden wirst, zusammen mit der Auswahl der Differenz des Ausgleichs des Mttelpunktes zwischen 42 ganzen Graden sowie der nächst grösseren, nämlich 43, welcher $\overset{/}{8}\ \overset{//}{16}$ beträgt, mit dem Kennzeichen S, welches Subtraktion bedeutet. Deshalb stelle ich

[fol. 27v]

in der Regel der Proportionen zusammen 1 Grad, das ist die Differenz zwischen den ganzen Graden des gegebenen Beispiels und dem nächst grösseren 43, sie geben in der Ausgleichung des Mittelpunkts die Differenz $\overset{/}{8}\ \overset{//}{16}$ zu $\overset{/}{52}\ \overset{//}{6}$, die bezüglich 42 Grad des angeführten Beispiels gegeben sind.[57]

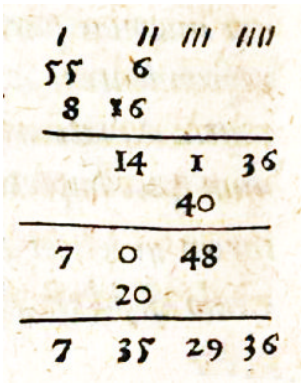
Da in diesem Beispiel die erste Zahl der Proportion aus der Ganzzahl eins besteht, welche weder multipliziert noch dividiert, multipliziere ich die mittlere [Grösse] mit der dritten und schon ist der Proportionalteil gefunden.

55 Prutenische oder Preussische Tafeln, veröffentlicht 1551 vom Astronomen und Mathematiker Erasmus Reinhold.

56 Gemeint sind Korrekturrechnungen. Ausgehend von der angenommenen gleichförmigen Bewegung eines Himmelskörpers müssen Winkel hinzuaddiert oder abgezogen werden, um die tatsächlich beobachtete Position zu erhalten.

57 Das Beispiel ist in Anhang 3 ausführlich gerechnet.

So multipliziere ich zuerst 16 mit den oberen Zahlen und es kommen // 14 /// 41 //// 36 . Zum zweiten multipliziere ich 8 mit den oberen Zahlen



[fol. 28r]

und es kommen / 7 // 20 /// 48 , welche wie es sich gehört mit den vorherigen verbunden, / 7 // 35 /// 29 //// 36 ergeben , entsprechend / 52 // 6 die den Graden des gegebenen Beispiels angefügt sind. Abgezogen von der Ausgleichung des Mittelpunkts wie bei den 42 ganzen Graden gefunden, weil die Differenz das Kennzeichen der Subtraktion besitzt, oder weil die nächste Ausgleichung des Mittelpunkts geringer wird. Es ergibt sich daher die richtige Ausgleichung, entsprechend der ganzen vollen einfache Unregelmässigkeit im Äquinoktium ° 2 / 28 // 5 .

Über die Berechnung der Quadratseite.
Über das Ausziehen der Quadratwurzel.

Zweifache Zahlen quadratische und nicht quadratische

Wie es unter den gewöhnlichen Zahlen einige quadratische gibt, aus denen die Wurzel vollständig gezogen werden kann, andere jedoch nicht quadratische, aus denen die Wurzel

[fol. 28v]

niemals ermittelt werden kann. Ebenso gibt es in dieser Rechenart einige Zahlen Quadrate, die eine Seite haben, die in

Das Anschreiben der Punkte.

Bezug auf ihre Größe rational[58] ist, d. h. wirklich quadratische, deren Wurzeln mit rationalen Zahlen vollständig ausgedrückt werden können, andere Quadrate, die nicht eine Seite haben, die in Bezug auf ihre Größe rational ist, d. h. nicht quadratische, deren Wurzeln mit rationalen Zahlen nicht vollständig ausgedrückt werden können. Von welcher Art sie auch sein mögen und aus welcher Gattung, sei es einfach oder zusammengesetzt, das Ziehen der Quadratwurzel wird auf die gleiche Weise ausgeführt und unterscheidet sich vom Ausziehen der Wurzeln gemeiner [Zahlen] nur hinsichtlich des Anschreibens der Punkte. Denn in dieser Rechenart werden nicht die Ziffern sondern die Bezeichner gekennzeichnet[59], anfangs beginnend nicht mit dem beliebigen ersten Bezeichner nach rechts, sondern mit dem, dessen Zeichen geradzahlig ist. Falls der erste Bezeichner ein ungeradzahliges Zeichen besitzt, wird nicht

[fol. 29r]

bei diesem, sondern beim nächst folgenden begonnen und die Punkte werden nacheinander den übrigen Zeichen bzw. geradzahligen Bezeichnern angeschrieben, die ungeradzahligen auslassend. Es ist nämlich so, dass keine Ordnung, aus welchem Bereich sie auch sein mag, mit sich multipliziert einen ungeradzahligen Bezeichner hervorbringt, auch keine Wurzel, aus einem ungeradzahligen Bezeichner gezogen, vermag das, auch kein dieser [Ordnung] eingeschriebener Punkt für das Ziehen der Wurzel. Der übrige Rechengang stimmt völlig mit dem Rechengang der gewöhnlichen Zahlen überein.

Weshalb nur solche Punkte bei den geradzahligen Bezeichnern gesetzt werden.

I. Das Produkt, erhalten aus der Wurzel[60] unter dem entferntesten ersten Punkt, gefunden mittels gekonnter Abschätzung oder mit dem Hilfsmittel der Proportionaltafel oder ohne diese und [dann] mit sich multipliziert, wird von der oberhalb stehenden Zahl, von der die Wurzel zu finden ist, abgezogen. Falls nach dieser Operation nichts übrig bleibt, wie bei einfachen

Rechengang beim Ziehen der Wurzeln.

58 Dietrich nimmt Bezug auf Euklid, Elemente, Buch 10.

59 Die Ziffern des Radikanden werden mittels Punkten gruppiert, jedoch im Gegensatz zu den Dezimalzahlen bei ihren Bezeichnern, weil sexagesimale Ziffern ein- oder zweistellig sein können.

60 Gemeint ist hier die erste Ziffer im Ergebnis. Dietrich bezeichnet nicht nur das Endergebnis der Rechnung, sondern auch die Ergebnisziffern aus jedem Zwischenschritt als Wurzel.

[fol. 29v]

Zahlen (sei es sie bestehen aus Einern, oder aus Bruchteilen, sei es aus ersten oder zweiten oder dritten etc.) ist die Rechnung schon vollendet. Wenn aber tatsächlich etwas übrig bleibt, wie bei Zahlen, die aus mehreren Ordnungen zusammengesetzt sind, auch aus unterschiedlichen Bereichen, wird die verbleibende Rechnung mittels einer Division ausgeführt.

II. Die anfangs gefundene Wurzel wird verdoppelt und mit diesem Doppelten die Zahl des nächst folgenden Punktes, zusammengefügt mit der vorhergehenden [Zahl des Restes], dividiert, entsprechend den oben gelehrten Regeln der Division, jedoch mit der Vorgabe, dass die Zahl, die man erhält aus der Multiplikation des Quotienten mit sich und mit dem Doppelten der vorherigen Wurzel, abgezogen vom oben Aufgestellten, dieses entweder aufhebt oder diesem möglichst nahe kommt.[61]

[fol. 30r]

Über den Bezeichner der Wurzel.

III. Diese zweite oder vielmehr vorhergehende Rechnung wird wiederholt sooft dies notwendig ist oder das gegebene Beispiel es erfordert. Jene Zahl, gefunden mit gekonnter Abschätzung an der ersten Stelle der Wurzel oder mit der folgenden Division, wird immer den halben Bezeichner der Ordnung des äusseren Punktes, dessen Wurzel gefragt ist, oder aber jene [Ordnung] tragen, die sich aus den oben aufgestellten Regeln der Division ergeben. Falls der äussere Punkt die Bezeichnung Grad trägt wird diese beibehalten (weil die Null[62] oder Einheit nicht halbiert werden kann), falls [die Bezeichnung] zweite [lautet], erhält die Wurzel die Bezeichnung erste Bruchteile, falls [die Bezeichnung] vierte, wird jene [Wurzel] den Bezeichner der zweiten besitzen, ebenso werden die übrigen geradzahligen Bezeichner bewertet.

61 Der Satz ist eines der Beispiele dafür, welche Schwierigkeiten Dietrich hat, komplexe Rechenabläufe darzustellen.

62 An dieser Stelle spricht Dietrich einmalig von der Ordnung null für die Einer.

[fol. 30v]

Beispiel für das Ziehen der Wurzeln.

Für diese Vorschrift nimm das Beispiel hier.[63] Es soll die Quadratwurzel aus der festgesetzten Zahl $\overset{/}{3}\ \overset{\circ}{21}\ \overset{/}{45}$ $\overset{//}{58}\ \overset{///}{21}\ \overset{64}{}\ \overset{////}{16}$ gezogen werden. Nachdem zunächst die Ziffern eingeschrieben worden sind, wie das gewöhnlich in der Division geschehen soll, selbstverständlich in die übrig gelassenen freien Zellen bei der zu ziehenden Wurzel, werden bei der gesetzten Zahl, aus der die Wurzel zu ziehen ist, die Bezeichner mit Punkten markiert, über drei zum dritten, beginnend beim ersten[65], da er ja ein geradzahliges Merkmal hat.

I.

Was die Punkte bezeichnen.

Den gleichen Nutzen, den sie in der gewöhnlichen Arithmetik haben, leisten sie nämlich indem sie zeigen dass ebenso viele Quadrate bezüglich des Abzumessenen gibt wie Punkte, wie dies bekannt ist aus der vierten Proposition des zweiten [Buches] der Elemente des Euklid und ebeso viele Ziffern müssen in der Wurzel sein.

II. Zweitens wird die unter dem äussersten Punkt von 21 Teilen einzuschreibende Zahl mit gekonnter

[fol. 31r]

Wie mit dem Hilfsmittel Kanon die Wurzel gefunden wird.

Abschätzung gesucht, welche mit sich selbst multipliziert die unterschriebene [zusammen] mit der vorhergehenden [Zahl] vollständig oder so nahe wie möglich aufhebt. Dies wird mit dem Hilfsmittel der Proportionaltafel auf folgende Weise ausgeführt. Suche die Zahl, aus der die Wurzel zu ziehen ist oder die nächst kleinere im Bereich der Proportionaltafel, welche sowohl über sich in der diagonalen Begrenzung als auch ausserhalb des Tafelbereichs im äussersten linken Rand herunter gehend die gleiche Zahl angeschrieben hat, wie in der Diagonalen darüber oder aber am linken Rand herunter laufend, [und welche] im Bereich der Quadratzahlen gesetzt gefunden wird, wie in diesem Beispiel 14.[66] Setze [die gefundene Zahl] gleichsam als deren

63 Das folgende Rechenbeispiel ist im Anhang 2.1 nachgerechnet.

64 Unter Berücksichtigung des weiteren Rechengangs muss diese Stelle 28''' heissen.

65 Die erste Ziffer links 3' hat keinen geradzahligen Bezeichner, erst die nächste folgende mit dem Wert 21°.

66 Dietrich meint die abgekürzte dreieckige Tafel des sexagesimalen Einmaleins. Der betreffende Ausschnitt der Tafel sieht wie rechts gezeigt aus. Abgelesen wird $14 \times 14 = 196 = (3.16)_{60}$. Die Quadratzahlen stehen in

		12			
12		2.24	13		
13			2.49	**14**	
14				**3.16**	15
15					3.45

Wurzel in die freie Zelle unter den Bezeichner der Teile, weil nun die Zahl [darüber] mit einem Punkt markiert ist hat sie [die Wurzel] den Bezeichner der Teile (welche man nicht halbieren kann).[67]

[fol. 31v]

III. Zum dritten, diese gefundene und in die vom Quotienten bestimmte Zelle gesetze Zahl multipliziere mit sich selbst und das Produkt, offensichtlich $\overset{/}{3}\ \overset{\circ}{16}$, ziehe von der mit einem Punkt markierten Zahl ab und es bleiben $\overset{\circ}{5}\ \overset{/}{45}\ \overset{//}{58}\ \overset{///}{29}$[68] $\overset{////}{16}$.

IIII. Viertens führe die verbleibende Rechnung mit einer Division aus in folgender Weise. Verdopple die kurz vorher gefundene Wurzel, das Doppelte verschiebe um eine Stelle des Divisors nach rechts und überlege wie oft es im Dividenden, d.h. im Rest enthalten sein kann, und wie das aus dem Kanon hervorgeht trifft das für zwölf zu, die 12 geschrieben an die Stelle im Quotienten, multipliziere sie mit sich selbst und mit dem Doppelten der zuvor gefundenen Wurzel und es kommen[69] $\overset{\circ}{5}\ \overset{/}{38}\ \overset{//}{24}$, welche vom vorherigen Rest abgezogen $\overset{/}{7}\ \overset{//}{34}\ \overset{///}{28}\ \overset{////}{16}$ ergeben. Diese Rechnung zum zweiten Mal wiederholt,

[fol. 32r]

nämlich die ganze Wurzel $\overset{\circ}{14}\ \overset{//}{12}$ verdoppelt und die sich offenbar ergebende Zahl $\overset{\circ}{28}\ \overset{/}{24}$ eine Stelle verschoben und die Abschätzung des Quotienten ausgeführt wirst du finden $\overset{//}{16}$, welche mit den vorherigen in der Zelle des Quotienten auf herkömmliche Weise verbunden du zunächst mit sich selbst, dann mit dem Doppelten der ganzen Wurzel multiplizierst und du erhältst $\overset{/}{7}\ \overset{//}{34}\ \overset{///}{28}$

---

einer Diagonalen.

67 Man kann den Stellenbezeichner darüber deshalb nicht halbieren, weil er Grade (°) misst.

68 Diese Stelle bleibt unverändert, richtig muss sie 28''' heissen.

69 Die Addition beider Produkte wird nicht explizit genannt.

$\overset{////}{16}$, das subtrahiere vom zweiten Rest und nichts wird übrig bleiben, was als Zeichen dafür steht, dass die als Beispiel vorgegebene Zahl eine Quadratzahl ist und die Rechnung gehörig ausgeführt worden ist.

Wie die Wurzel gezogen wird aus einer nicht quadratischen Zahl.

Wenn aber nach so vielen richtig beendeten Rechnungen wie der Zahl Punkte eingeschrieben sind, etwas übrig bleibt, ergibt sich daraus, dass die gegebene Zahl weder quadratisch ist, noch dass die Wurzel aus ihr exakt gefunden werden kann, auch nicht mit einer Rechnung bis zu den kleinsten Brüchen. Dieser Sache nehme ich mich in einem Beispiel an. Es soll die Wurzel gezogen werden aus $\overset{//}{1}\ \overset{/}{15}\ \overset{\circ}{34}\ \overset{/}{45}\ \overset{//}{26}$, die keine quadratische Zahl ist.[70]

[fol. 32v]

I. Von dieser, niedergeschrieben wie dies in der Division geschehen soll und mit Bezeichnern gekennzeichnet nahe dem äussersten Punkt, ist jene Zahl gesucht, die mit sich multipliziert die oben gesetzte genau aufhebt. Das ist der Einser, gesetzt in die leere Zelle, unter den Bezeichner der ersten Sechziger[71] und die Subtraktion ausgeführt, verbleiben $\overset{/}{15}\ \overset{\circ}{34}\ \overset{/}{45}\ \overset{//}{26}$. Die Wurzel wird verdoppelt, aufgestellt am Ort des Divisors, hinzugefügt [wird] der Bezeichner der ersten Sechziger, weil ja die gewöhnliche Zahl die Ordnung nicht ändert.[72]

II. Dies ausgeführt schätze mit Hilfe des Kanons oder der Proportionaltafel wie oft der Divisor, er beträgt $\overset{/a}{2}$[73], im Verbleibenden enthalten ist, da dies sieben betragen wird, wird [die sieben] in der Zelle mit dem Bezeichner 0 [74] geschrieben (nach der 4. Regel des Bezeichners des Quotienten in der Division). So getan und nach der Multiplikation des Quotienten mit sich selbst

70 Die ausgeführte Rechnung ist auf dem Blatt vor fol. 21r dargestellt.

71 Richtig: gesetzt unter den Bezeichner der zweiten Sechziger. Er rechnet $1^{'ae} \times 1^{'ae} = 1^{''\ ae}$.

72 Gerechnet wird $2 \times 1^{'ae} = 2^{'ae}$. Die Multiplikation mit 2 ändert den Bezeichner nicht.

73 Der Bezeichner ist falsch wiedergegeben, gemeint sind 2 sexagenae primae, $2^{'ae}$.

74 Gemeint ist der Bezeichner des Einers (°).

[fol. 33r]

und mit dem Doppelten der gefundenen Wurzel, wird das Produkt, hier $\overset{/ae}{14}\ \overset{\circ}{49}$ [75], abgezogen vom ersten Rest, und es werden bleiben $\overset{\circ}{45}\ \overset{/}{45}\ \overset{//}{26}$. Das Doppelte der Wurzel um eine Stelle verschoben und und noch eine Division ausgeführt, erscheinen an der Stelle des Quotienten $\overset{/}{20}$ (mit der zweiten Regel), welche mit sich und mit dem Doppelten der Wurzel multipliziert, $\overset{\circ}{44}\ \overset{/}{46}\ \overset{//}{40}$ hervorbringen, welche vom Rest abgezogen $\overset{/}{58}\ \overset{//}{48}$ zurücklassen. Wäre der Radikand quadratisch , wäre die Rechnung vollendet, denn es sind soviele Operationen ausgeführt wie Punkte dem Numerus eingeschrieben waren, da aber bis hierher $\overset{/}{58}\ \overset{//}{48}$ übrig sind, ist das ein Zeichen dafür, dass weder der Radikand quadratisch gewesen ist noch aus einem anderen Grund die Wurzel aus ihm genauer ermittelt werden kann, wenn nicht weitere Operationen ausgeführt und kleinere Bruchteile ermittelt werden. Es wird deshalb III.

[fol. 33v]

IIII. die dritte Division ausgeführt mit der verdoppelten Wurzel, eine Stelle weiter versetzt ergeben sich an der Stelle des Quotienten $\overset{//}{26}$ nach der VI. Regel, welche mit sich und mit der doppelten Wurzel multipliziert ergeben $\overset{/}{58}\ \overset{//}{21}\ \overset{///}{31}\ \overset{////}{16}$. Diese abgezogen vom zweiten Rest bleiben $\overset{//}{24}\ \overset{///}{28}\ \overset{////}{44}$. Die vierte Division wiederholt kommen an der Stelle des Quotienten $\overset{///}{10}$ mit der VI. Regel, die, mit sich und mit der verdoppelten Wurzel multipliziert $\overset{//}{22}\ \overset{///}{26}\ \overset{////}{48}\ \overset{V}{41}\ \overset{V/}{40}$ ergeben, diese subtrahiert vom dritten Rest bleiben $\overset{//}{2}\ \overset{///}{1}\ \overset{////}{55}\ \overset{V}{18}\ \overset{V/}{20}$. Die fünfte Division nochmals ausgeführt kommen an der Stelle des Quotienten $\overset{////}{54}$ nach den Regeln VI und VII,

75 Entstanden aus $a^2 + 2ab = 7° \times 7° + 2 \times 7° \times 1^{ae}$.

welche mit sich und mit der verdoppelten Wurzel multipliziert $\underset{2}{//}$ $\underset{1}{///}$ $\underset{12}{////}$ $\underset{47}{V}$ $\underset{6}{V/}$ $\underset{48}{V//}$ $\underset{36}{V///}$ ergeben, diese abgezogen vom vierten Rest verbleiben $\underset{22}{////}$ $\underset{31}{V}$ $\underset{13}{V/}$ $\underset{11}{V//}$ $\underset{24}{V///}$.

[fol. 34r]

Nach der VI. Division kommen an der Stelle der Zahl des Quotienten wiederum $\underset{10}{V}$ nach der VI. Regel, welche mit sich und mit der doppelten Wurzel multipliziert $\underset{22}{////}$ $\underset{26}{V}$ $\underset{48}{V/}$ $\underset{43}{V//}$ $\underset{38}{V///}$ $\underset{1}{/X}$ $\underset{40}{X}$ ergeben, diese subtrahiert vom vierten Rest verbleiben $\underset{4}{V}$ $\underset{24}{V/}$ $\underset{27}{V//}$ $\underset{45}{V///}$ $\underset{58}{/X}$ $\underset{20}{X}$. Und die Wurzel aus der gegebenen Zahl ist genügend genau gefunden, weil die übrig gebliebenen [Reste] vernachlässigt worden sind. Falls jemand dennoch darüber hinaus fortschreiten will, kann er noch die kleineren Teile mit einbeziehen. Betrachte die folgende Rechnung.

*[76]

Prüfung für das Ausziehen der Wurzel.

Jetzt wird eine Probe gemacht, du wirst nämlich geradewegs die Wurzel aus einer vorgegebenen Zahl ziehen, multipliziere die gefundene Wurzel mit sich und wenn die Zahl, aus der die Wurzel zu ziehen ist, eine Quadratzahl ist

[fol. 34v]

steht das Produkt aus der Multiplikation dieser gleich. Andernfalls wird das Quadrat aus der Multiplikation der Wurzel mit sich selbst und auch einer beliebigen Wurzel und aller ihrer Doppelten, aus allen Operationen zusammengefasst, zur übrig gebliebenen Zahl, die nach der letzten Rechnung übrig bleibt, addiert und wenn die vorgege-

76 Das Zeichen markiert die ausgeführte Rechnung vor fol. 21r, dort wird es oben wiederholt.

bene Zahl im Beispiel erscheint ist die Rechnung sachgemäss, wenn da nichts zu wiederholen bleibt.[77] Wie etwa aus der Multiplikation der zuletzt gefundenen Wurzel mit sich und aus der Zusammenfassung aller Produkte, welche aus der Multiplikation der einzelnen Wurzeln und der Verdoppelung derselben in allen Rechnungen // / ° /
1 15 34 45

// /// //// V V/ V// V/// /X X h
25 59 00 55 35 32 14 1 40

ervorbringen, welche addiert mit dem letzten Rest, etwa

V V/ V// V/// /X X , ergeben // /
4 24 27 45 58 20 1 45

° / // /// //// [78], weil
34 45 26 00 000

[fol. 35r]

sie mit der gegebenen Zahl übereinstimmen, ist die Rechnung richtig.

Es können aus diesen astronomischen Zahlen, seien sie quadratisch oder nicht quadratisch, die Wurzeln auch gezogen werden nach dem herkömmlichen Verfahren, auf folgende Weise.

I. Wenn in der vorgegebenen Zahl Sechziger vorkommen, werden sie mit einer Sechziger-Multiplikation auf Grade zurückgeführt und mit den Graden zu einer Summe verbunden.

II. Aus der Zahl der Grade ziehe die Wurzel, wie das mit den gewöhnlichen Zahlen geschieht.

III. Den Rest aus dieser Rechnung multipliziere mit 60 und teile das Produkt mit dem Doppelten der soeben gefundenen Wurzel und du gewinnst für die zu findende Wurzel Minuten bzw. erste Bruchteile.

IIII. Auch das Ergebnis dieser Division multipliziere mit 60 und vom Produkt

77 Dietrich kehrt den Weg der Berechnung um. Er zählt zusammen das Quadrat der ersten Ergebnisziffer plus alle Zahlen, die er von den jeweiligen Resten abgezogen hat, wozu alle übrigen Ziffern im Ergebnis benötigt werden, plus den letzten Rest.

78 Tatsächlich lautet das Endergebnis 1" 15' 34° 45' 25" 59"' 1""
Dietrich bezieht sich auf das letzte Beispiel. Die genannten Zahlen sins auch ganz unten in der ausgeführten Rechnung angegegben.

[fol. 35v]

ziehe das Quadrat der zuletzt gefundenen Ziffer des Quotienten ab und den Rest wiederum teile durch den vorherigen Divisor und du erhälst zweite Bruchteile.

V. Diese Rechnung wiederhole sooft du willst und du gewinnst die Näherung der Wurzel, auch wenn die Zahl nicht quadratisch ist. Es sei die Wurzel zu ziehen aus $\overset{//}{2}\ \overset{/}{22}\ \overset{\circ}{55}\ \overset{/}{4}\ \overset{//}{14}\ \overset{///}{10}\ \overset{////}{25}$ [79]. Weil in der gegebenen Zahl zweite und erste Sechziger enthalten sind, löse ich sie in einer Multiplikation mit sechzig in Grade auf, welche ich mit den Graden des Beispiels addiere und es kommen 4975. Grade, aus denen ich nach der üblichen Methode die Wurzel ziehe und es kommen 70. g. und es bleiben noch übrig 75. g.

Beispiel.

Diese löse ich mit einer Sechziger-Multiplikation in erste Bruchteile auf und addiere sie zu den ersten Bruchteilen des Beispiels und es kommen 4504. min., welche ich dividiere mit dem Doppelten

[fol. 36r]

der zuvor gefundenen Wurzel, das ist 140. und es kommen 32. min. und es sind 24. übrig, welche ich wiederum mit einer Sechziger-Multiplikation in zweite [Bruchteile] auflöse und mit den zweiten des Beispiels verbinde und es kommen 1454., von denen ich das Quadrat des bisherigen Quotienten, es ist 1024., abziehe und damit wie zuvor den Rest teile und es kommen $\overset{//}{3}$ mit dem Rest hier $\overset{//}{20}$, aus denen mit der gleichen wiederholten Rechnung auch dritte und vierte Bruchteile hervorgebracht werden können, aber das ist nicht nötig.

Soviel über die astronomische Rechnung was ich in Kürze den Studierenden der Mathematik vermitteln wollte, welche ich ermahne, dass sie sich an dieses Rechnen gewöhnen mögen und sie sich erproben nicht nur mit vorgegebenen Beispielen, schneller und sicherer zu rechnen, vielmehr

79 Den Zwischenergebnissen folgend muss der Radikand richtig lauten 1" 22' 55° 4' 14"10"' 25"". Auch der zweite Rest ist nicht richtig angegeben. Hier wandelt Dietrich den Radikanden in eine Dezimalzahl um, zieht daraus die Wurzel und rechnet dann mit Sechziger-Bruchteilen weiter, weil ihm eine Schreibart des Dezimalbruchs fehlt. Das Beispiel ist im Anhang 2.2 ausführlich nachgerechnet.

auch dass sie Kompendien annehmen, die ihnen nützlich sind

[fol. 36v]

für die Verbesserung des Umgangs mit gewöhnlichen Zahlen und mit der Algebra, der durch und durch vollkomme nen Rechenart, [mit ihrer] fruchtbareren Erkenntnis, mit den Grundlagen und den geometrischen Quellen der Vorschriften, welche sie benötigen [und die] sie entnehmen mögen von Theon, dem Kommentator des Ptolemaeus und aus dem praktischen Rechnen des berühmten Herrn D. Kaspar Peutzer.

FINIS.