Gauge points und ihre Vorteile *

Stephan Weiss

In einem vorhergehenden Artikel[1] habe ich gauge points als besondere Rechenhilfen bei der Arbeit mit dem Rechenschieber bereits angesprochen. Die historische Literatur nennt zahlreiche weitere gauge points für Berechnungen in den Bereichen Geometrie, Stereometrie, Mechanik, Umrechnung von Massen und Gewichten, Zinsberechnungen sowie in der Technik bei der Auslegung von Maschinen und Maschinenteilen. In diesem Beitrag soll anhand ausgewählter Beispiele auf diese hilfreichen Zahlen mit ihren besonderen Eigenschaften und Vorteilen näher eingegangen werden.

Was sind gauge points?

Sie geben konstante Zahlenwerte, die in einer Rechnung mit dem Rechenschieber als Punkte auf der Skala eingebracht werden. Das Dictionary of Arts and Sciences[2] , Ausgabe 1763, klärt auf:
„GAUGING, the art or act of measuring the capacities or contents of all kinds of vessels, and determining the quantities of fluids or other matters contained therein.“
In der Stereometrie haben die gauge points ihren Ursprung. Der Begriff gauge point wird in diesem Dictionary sehr eng gefasst und bezieht sich nur auf die Umrechnung von Masseinheiten für Volumina:
„GAUGE-POINTS, of a solid measure, the diameter of a circle, whose area is equal to the solid content of the same measure.“
Der Hintergrund dieser schwer verständlichen Definition wird weiter unten im Beispiel 1 näher erläutert.
In der folgenden Zeit hat man vorausberechnete Zahlenwerte in anderen Gebieten der Anwenung ebenfalls als gauge points bezeichnet. Die deutschsprachige Literatur verwendet hierfür zumeist den Begriff „Divisor“.

Die Autoren der untersuchten Lehrbücher gehen auf gauge points in sehr unterschiedlichem Umfang ein. Manche zeigen nur ihren Gebrauch, erklären sie jedoch

---

* Auch erschienen im Journal of the Oughtred Society , 27:2, Fall 2018, Titel *Gauge Points and their Advantages.* In der deutschen Fassung werden die originalen englischen Benennungen (gauge point, wine gallon u. a.) beibehalten.

1 Weiss, Stephan: *The Methodology of Teaching a Logarithmic Slide Rule in Historical Sequence,* Journal of the Oughtred Society , 26:2, Fall 2017.

2 A New and Complete Dictionary of Arts and Sciences, 2nd ed., v.2, London, 1763.

nicht. Andere drücken sich allgemein gehalten aus. Flower 1768[3] unterscheidet nur
„...it is moreover necessary, that the reader should know when the principal agent in any proposition be a factor, divisor or gauge-point; also, by what particular lines of the instrument the said proposition is to be solved,...“

Dixon[4] schreibt 1875 bei der Erklärung des Gebrauchs des Rechenschiebers etwas genauer
„...attention is next directed to what are usually termed ‚constants‘, or ‚gauge points‘, multipliers, and divisors, for reducing figures of one denomination to another...“.
Er fährt fort
„… and it is essential, in using Slide Rules for calculations, to have numerous well arranged authentic tables of ‚Constants‘, or ‚Gauge Points‘, referring to Money, Weight, Measure, Time, &c., &c,. in order to obtain speedily, practical answers.“

Weiter hinten in seiner Publikation zeigt Dixon, dass gauge points noch mehr beinhalten können als nur Umrechnungen. Andere Autoren geben auch ausführliche Erläuterungen für die Berechnung und für die Anwendung von gauge points. Ich greife in den Beispielen darauf zurück.

Die Verwendung von gauge points ist eng verbunden mit Rechnungen in Proportionen. Man muss sich vergegenwärtigen, dass der Rechenschieber ein Gerät zur Auflösung von Proportionen ist. Das Dictionary of Arts and Sciences schreibt hierüber auf S. 1405:
„In multiplication, either of whole numbers, mixed or decimal fractions, the proportion is, as 1: the multiplicator::(equals) *the Multiplicand:the product.*
Example. Let it be required to multiply 6 by 4. The proportion then is as 1:4::6:24. Therefore set 1 upon the line B, to 4 upon the line A; then against 6 upon B, is 24, the product sought, upon A.“
Für die Division wird eine entsprechende Vorgehensweise gezeigt. Gut erkennbar ist das Prinzip der Proportionen auch an dem einfachen Beispiel für die Berechnung von Kreisumfang und Durchmesser mit der Näherung $pi \approx 22 \div 7$ in Bild 1[5]. Die Proportion lautet hier $22 \div 7$ = Umfang ÷ Durchmesser.

9. Circumference and Diameter of Circle (on A and B).

A	**Set 22**	**Line of circumferences**
B	**To 7**	**Line of diameters.**

Bild 1: Berechnung von Umfang und Durchmesser eines Kreises

3 Flower, William: *A Key to the modern Sliding Rule,* London, 1768, S. X mit den Tafeln in Chap. VII.

4 Dixon, Thomas: *Treatise on the Arrangement, Application, and Use of Slide Rules, for Purposes of Engineers‘, Mechanics‘ and other Calculations,* Bradford, 1875, S. 53.

5 Hoare, Charles: *The Slide Rule and How to Use It*, London, 1868, S. 18.

Diese Darstellung als Proportion bietet einen Vorteil, weil in einer fixierten Stellung des Rechenschiebers nicht nur zwei Werte, hier Umfang und Durchmesser, sondern zudem deren Abhängigkeiten abgelesen werden können.

Eine Unterscheidung muss noch getroffen werden. Gauge points und gauge marks sind sich in ihrer Verwendung sehr ähnlich. Gauge marks hat Venetsianos[6] in einer umfassenden Liste zusammengetragen. Vereinfachend könnte man unterscheiden, dass gauge marks auf den Skalen markiert sind, während gauge points gesammelt in externen Tabellen publiziert wurden. Diese Unterscheidung kann nicht scharf gezogen werden, man denke nur an die Punkte wine gallon (WG), ale gallon (AG) und andere, die sowohl in Tabellen auftreten, als auch zuweilen mit kleinen Messingnägeln auf den Skalen markiert sind.

In den folgenden Beispielen werden ausgewählte gauge points beschrieben und ihre Werte berechnet. Der Blick auf die Einstellung des Rechenschiebers verdeutlicht die Ablesung des Ergebnisses. Wir werden auch feststellen, dass das historische englische System der Einheiten weder homogen noch kohärent war und aus heutiger Sicht ohne gründliche Einarbeitung unverständlich bleibt.

Beispiel 1: Der gauge point Wine Gallon

Zwei informative Erklärungen hierzu finden sich bei Symons[7] auf S. 54f und in dem bereits genannten Dictionary of Arts and Sciences auf S. 1407.
Ausgangspunkt ist die Frage wie man das Volumen eines Behälters mit kreisförmigem Querschnitt in wine gallons (WG) bestimmen kann. Eine WG entspricht 231 $inch^3$.
Ein Kreis mit dem Durchmesser 1 inch hat eine Fläche von $pi \div 4 = 0{,}785$ $inch^2$.
Nun argumentieren die Autoren, das sei soviel wie $0{,}785 \div 231$ WG. Dieser Wechsel in der Einheit von $inch^2$ auf $inch^3$ wird nur dadurch verständlich, dass sie das Ergebnis mit 1 inch multiplizieren. Damit entsteht ein Zylinder mit dem Durchmesser 1 und der Höhe 1 und dem Volumen $0{,}785 \div 231$ WG. Hat der Zylinder einen Durchmesser $\neq 1$ und eine Länge $L \neq 1$ dann beträgt sein Volumen $V = d^2 * L * 0{,}785 \div 231$ WG.

Die Berechnung des Volumens eines zylindrischen Gefässes mit dem Durchmesser d = 27 inches und der Länge L = 40 inches wird auf einem Rechenschieber zur Volumenbestimmung wie in Bild 2 gezeigt ausgeführt. Die Skala oben erstreckt sich von 1 bis 3,16 ($= \sqrt{10}$), die darunter auf dem Schieber von 1 bis 10. Gegenüber den markierten Punkt WG auf der oberen Skala wird die Länge 40 gestellt. Am Punkt des Durchmessers 27, ebenfalls in der oberen Skala, lässt sich darunter das Volumen 99,1 wine gallons ablesen.

6 Venetsianos, Panagiotis: *Pocketbook of the Gauge Marks,* 2nd ed., The Oughtred Society, 2011.

7 Symons, William: The Practical Gager, London, 1777.

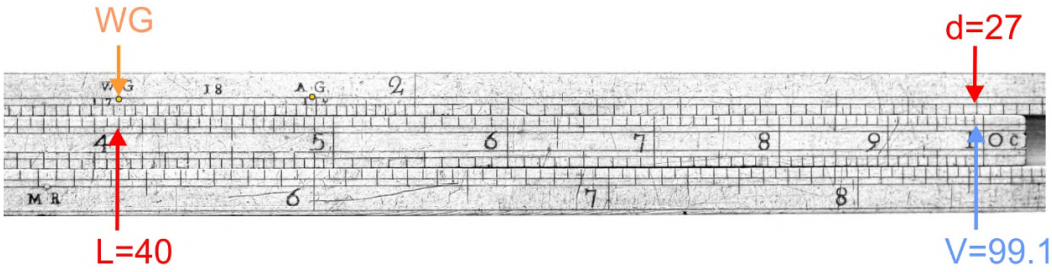
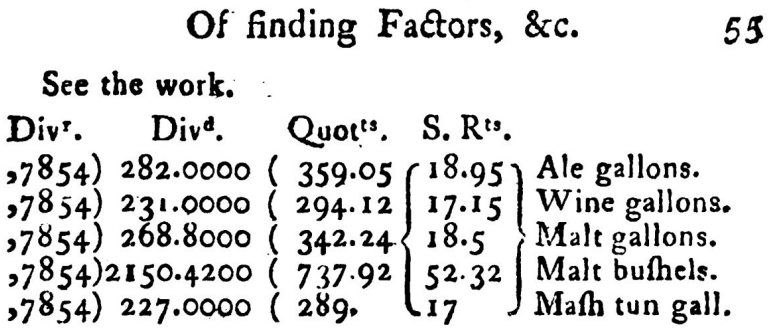


Bild 2: Einstellung am Rechenschieber für wine gallons

Die Proportionsrechnung lautet hier $WG^2 \div L = d^2 \div V$. Im Vergleich mit der Formel für das Volumen ergibt sich $WG = \sqrt{4 * 231 / pi} = 17{,}154$. Das ist der Wert des gauge points wine gallon für zylindrische Gefässe.
Man kann auch sagen, ein Zylinder mit dem Durchmesser gauge point WG (= 17,154) inches und der Höhe 1 inch hat ein Volumen von WG (= 231) inch^3. Das ist mit dem oben zitierten Satz im Dictionary of Art and Sciences gemeint.

Der gauge point ersetzt 3 Rechenschritte: zwei Multiplikationen und eine Division. Das gesuchte Volumen kann unmittelbar abgelesen werden.
Für Gefässe mit quadratischem Querschnitt oder für andere Volumeneinheiten sind auch andere Werte des gauge points notwendig. Eine angepasste Tabelle zeigt Bild 3 aus Symons. Sie enthält in der vierten Zeile von oben einen Druckfehler und muss dort lauten *,7854) 2150.4200 (2737.99*. Der Wert für den gauge point ist wieder richtig.



Of finding Factors, &c. 55

See the work.

Div^r.	Div^d.	Quot^{ts}.	S. R^{ts}.	
,7854)	282.0000 (	359.05	18.95	Ale gallons.
,7854)	231.0000 (	294.12	17.15	Wine gallons.
,7854)	268.8000 (	342.24	18.5	Malt gallons.
,7854)	2150.4200 (	737.92	52.32	Malt buſhels.
,7854)	227.0000 (	289.	17	Maſh tun gall.

Bild 3: Tabelle der gauge points für zylindrische Gefässe

Die gauge points wine gallon und ale gallon sind die ältesten ihrer Art. William Oughtred benutzte sie schon 1633 in seinem Buch *The new artificial gauging line or rod* für die Berechnung und Umrechnung von Volumina.
Im Laufe der Zeit ist die Bezeichnung gauge points beibehalten worden während ihre Verwendung sich erheblich erweitert hat.

Beispiel 2: Polygone mit ihrem umschriebenen Kreis

Als ein Beispiel aus der Geometrie betrachten wir Polygone in ihrem umschriebenen Kreis. Dixon gibt hierzu auf S. 82 folgende Tabelle:

APPLICATION OF TABLE OF POLYGONS. 83

Names.	Trigon	Square	Pentagon.	Hexagon.	Heptagon.	Octagon.	Nonagon.	Decagon.	Hardecagon.	Dodecagon.
No. of Sides.	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
iam. of least ircumscribing ircles	1·155	1·414	1·701	2·	2·305	2·613	2·924	3·236	3·55	3·864
Areas.	·433	1·	1·72	2·598	3·634	4·828	6·182	7·694	9·366	11·196
iam. of Circles f equal areas o Polygons ...	·7425	1·1283	1·48	1·819	2·151	2·479	2·805	3·13	3·453	3·775

Bild 4: Gauge points für Polygone

Für die Berechnung des Durchmessers eines dem Polygon umschriebenen Kreises gibt die Tabelle in der dritten Zeile von oben die gauge points in Abhängigkeit von der Seitenzahl des Polygons, notiert in der Zeile darüber.

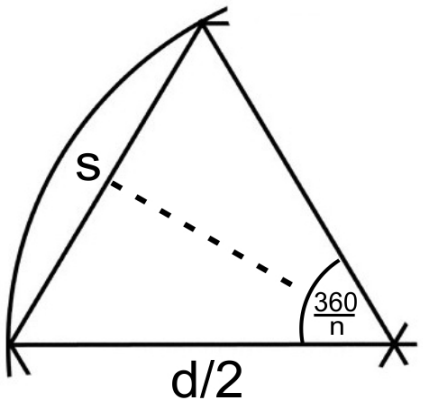


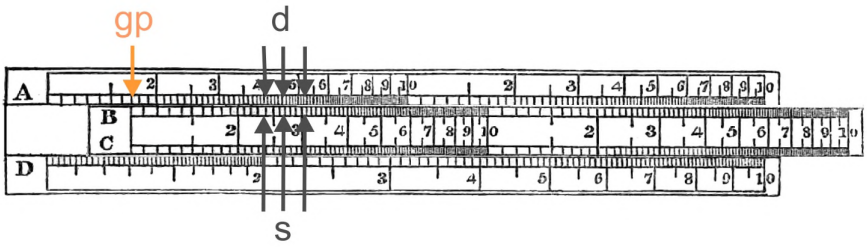
Bild 5: Ausschnitt eines regulären Sechsecks (n = 6)

Bezeichnet man mit n die Anzahl der Seiten des Polygons, mit d den Durchmesser des umschriebenen Kreises und mit s die Länge einer Seite des Polygons (vgl. Bild 5), dann gilt

$d = s \div sin(180 \div n)$, oder in einer Proportion geschrieben $d \div s = gp \div 1$ mit $gp = 1 \div sin(180 \div n)$ als dem gauge point.

Die zugehörige Einstellung des Rechenschiebers zeigt Bild 6.
Hier und in den folgenden Beispielen wird ein Rechenschieber vom Typ Soho verwendet mit den Skalen A=B=C=1–10–100 und D=1–10. Als Vorlage für das Bild des Rechenschiebers diente das Bild bei Farey[8] , S. 537.

Bild 6:



Einstellung am Rechenschieber zu Beispiel 2 mit n = 6

Man stellt den Anfang der Skala B auf den gauge point auf A und kann sofort auf A und B Seitenlängen und zugehörige Durchmesser ablesen.
Hier ersetzt der gauge point zwei Divisionen und die Bestimmung eines Wertes der Winkelfunktion sinus.

Beispiel 3: Gewicht einer Kugel

Howe[9] gibt in seiner Sammlung von Übungsaufgaben für den Rechenschieber auf S. 23 folgende Aufgabe:
IV.- How many pounds will a solid globe of brass weight, 6 inches in diameter? The gauge is 637. Set 6 upon B to 637 upon A and against 6 upon D are 34 lbs, the answer, upon C. (vgl. dazu Bild 7).

Weiter vorn im Text erklärt der Autor, wie man einen solchen Typ von Aufgabe als Proportion setzt und wie der notwendige gauge point zu verwenden ist:
The general rule for a globe is: as the gauge point on A is to the diameter on B, so is the content on C to the diameter on D; or bring the diameter upon B to the gauge point upon A, and against the diameter upon D you have the content, or answer, upon C.

Die Stellung des Rechenschiebers ist in Bild 7 gezeigt.

8 Farey, John: *A Treatise on the Steam Engine,* London, 1827.

9 Howe, Joseph: I*nstructions and a Practical Treatise on the Improved Slide Rule,* London, 1845.

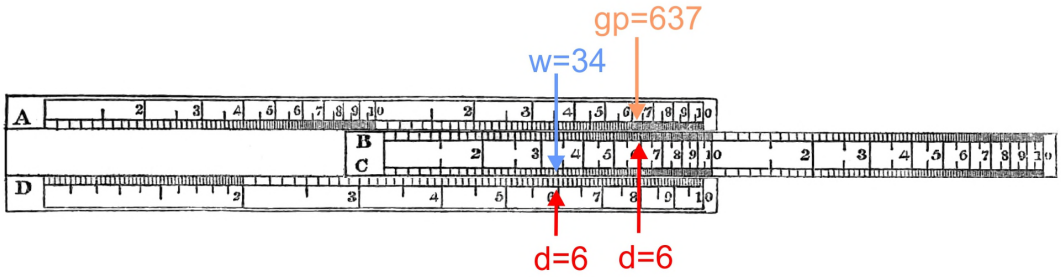


Bild 7: Einstellung des Rechenschiebers für die Bestimmung des Gewichts einer Kugel

Mit dem Durchmesser d der Kugel in inches, ihrem Gewicht w in pounds und dem spezifischen Gewicht b in lbs/inch^3 des Materials ergibt die Nachrechnung folgende Beziehungen: $w = pi \div 6 * b * d^3$ oder $w * gp = d^3$. In einer Proportion für den Rechenschieber geschrieben wird daraus $w \div d^2 = d \div gp$ mit $gp = 1 \div (b * pi \div 6)$. Mit einem spezifischen Gewicht des Messings zu b = 0,3 lbs/inch^3 ergibt sich daraus gp = 6,37[inch^3/lbs]. Die Werte von gauge points werden häufig nicht als Absolutwert sondern als Ziffernfolge angegeben.
Hier fallen sofort zwei Besonderheiten auf: der gauge point fasst sowohl eine mathematische Konstante als auch das spezifische Gewicht des Materials zusammen und die dritte Potenz des Durchmessers ist zum Produkt $d^2 * d$ umgeformt. Mit diesem Kunstgriff wird eine Skala der dritten Potenz entbehrlich.
Die Literatur gibt Zahlenwerte für gauge points abhängig vom Material, d.h. vom spezifischen Gewicht und von der Form der Körper. Hierzu zählen Kugeln, zylindrische und quaderförmige Körper mit einer, zwei oder drei Abmessungen. Die Dimensionen können in den Einheiten feet (F) oder inches (I) oder einer Kombination beider, bezeichnet mit FFF, FII, III, gemessen werden. Die verwendeten Masseinheiten sind wesentlich, weil von ihnen der Wert für den gauge point abhängt. Howe gibt eine solche Tabelle auf S. 35 (s. Bild 8)

A TABLE OF GAUGE POINTS.

For weighing the different articles contained therein.

	SQUARE.			CYLINDER		GLOBE.	
	FFF	FII	III	FF	II	F	I
Oak	174	252	303	320	386	332	578
Mahogany	15	217	2605	276	333	286	49
Box	155	243	269	31	342	296	512
Red Deal	242	351	422	458	539	461	805
Marble	591	85	102	116	13	113	195
Brick	795	115	138	147	176	152	263
Oil	174	25	301	319	383	332	574
Bees' Wax	16	231	278	294	355	306	53
Sulphur	8	115	138	146	126	153	264
Alcohol	193	278	333	354	424	369	637
Air	128	1843	22118	2347	28162	244	42243
Malt Bushels	125	179	2150	2276	2738	267	41

Bild 8: Gauge points für feste Körper bei Howe

Gleichartige Tabellen findet man zuweilen auch auf zweiteiligen Klapp-Rechenschiebern.

Beispiel 4: Entwurf einer Dampfmaschine

Die industrielle Revolution in England ab der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts ist untrennbar mit der Erfindung der Dampfmaschine verbunden. Technische Lehrbücher gaben bald Anleitungen für ihren Entwurf.

Farey schreibt in seinem Lehrbuch aus dem Jahr 1827 auf S. VII
„One great object of the present work is to furnish practical engineers with a series of rules for calculating all proportions, and quantities, which can be required to be known for the construction and use of steam-engines;...“
und auf der nächsten Seite
„The method of performing each calculation by the slide rule is added, and will tend to facilitate the computations.“[10]

Eine der Regeln für die Auslegung einer Dampfmaschine bei Farey sei herausgegriffen. Auf S. 575 schreibt er:
Multiply the number of horse power by the constant number 6050; divide the product by the motion of the piston, in feet per minute, and the square root of the quotient is the proper diameter for the cylinder of the engine in inches.

Die Grundlagen dieser Daumenregel und ihre Varianten stammen aus den Daten bereits gebauter Maschinen, die bei ihm in einer Tabelle auf S. 574 aufgelistet sind.
Für Berechnungen mit der Faustformel gibt Farey die in Bild 9 gezeigte Einstellung des Rechenschiebers. Hierbei werden nur die Skalen C und D verwendet.

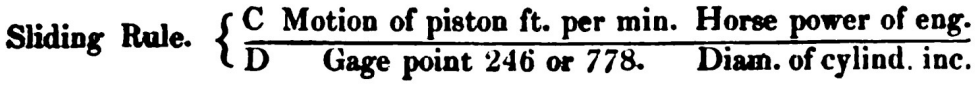


Bild 9: Beispiel für die Auslegung einer Dampfmaschine bei Farey

Daraus ergibt sich die Proportion $(motion\ piston) \div gp^2 = HP \div diam^2$ und damit $HP = (motion\ piston) * diam^2 \div gp^2$.

10 Ab dem Jahr 1775 führten Watt und Boulton in ihrer Fabrik in Soho, nahe Birmingham, verbesserte Rechenschieber, den sogenannten Typ Soho, für die Entwürfe ihrer Maschinen ein (s. Farey S. 531 u. 536 sowie Wess, Jane: *The Soho Rule,* Journal of the Oughtred Society, 6:2, Fall 1997 und Wyman, Thomas: *Soho Steam Engines The First Engineering Slide Rule and the Evolution of Excise Rules*, Journal of the Oughtred Society, 22:2, Fall 2013). Von da an wurde der Rechenschieber ein unverzichtbares Werkzeug für Ingenieure.

Farey zeigt auch die Ableitung des Wertes für den gauge point 77,78 = $\sqrt{6050}$. Kurz gefasst, er geht von dem Erfahrungswert aus, dass für die Leistung von 1 HP (horse power) ein Dampfstrom von ca. 33 ft^3 pro Minute nötig ist. Dieses Volumen ist äquivalent dem Volumen 6050 cylindrical inch feet[11] . Er weist darauf hin, dass dieser Wert geringfügig der erwarteten Leistung der Maschine angepasst werden muss.

Gauge points können mit der Dimension 1 (gp[1]) oder dimensionsbehaftet sein. Die Autoren der Lehrbücher gehen auf diese Eigenschaft nicht ein. Die Benutzer der gauge points haben sich darüber auch keine Gedanken gemacht. Sie wussten, welche Zahlen in die Proportionen einzusetzen sind und welche Einheit das Ergebnis trägt. Der gauge point, der in diesem Beispiel verwendet wird, besitzt die Einheit $gp^2[inch^2/lb]$, hier mit lb als Pfund-Kraft pound force. Setzt man diese Einheit in die oben genannte Proportion ein zeigt sich dass sie der physikalischen Beziehung *Leistung = Kraft*Geschwindigkeit* adäquat ist.

Für den Konstrukteur bringen solche Vorgaben eine Reduzierung ihrer Konstruktionstätigkeit mit sich, weil mit Hilfe des gauge points eine relativ komplexe Abhängigkeit dreier Variablen auf eine Proportionsrechnung am Rechenschieber reduziert wird. Die Variablen sind hier die Leistung der Maschine, der Durchmesser des Zylinders sowie der Weg, den der Kolben in einer Minute zurücklegt. Der Konstrukteur konnte die Daten der Maschine zunächst mit dem Rechenschieber auf einfache Weise ohne Zwischenrechnungen variieren und ihre Abhängigkeiten studieren. Erst dann legte er sie nach anderen Vorgaben endgültig fest und begann mit Berechnungen zur Festigkeit der Bauteile.
Auf logarithmische Rechengeräte speziell für die Auslegung von Kolbenmaschinen und für den Wirkungsgrad eines Dampfkessels bin ich in zwei früheren Artikeln eingegangen.[12]

Für Bauteile der Dampfmaschine sowie für Dampfkessel und ihre Befeuerung existierten ebenfalls Auslegungen als Proportionen auf der Basis von gauge points.[13]. Das Gleiche gilt für Wasserpumpen[14] , weil die Bergwerke auf der Suche

---

11 Zu den hier verwendeten Einheiten im Einzelnen: Ein Kreis mit dem Durchmesser d inches hat eine Fläche von $d^2*pi÷4$ $inch^2$ oder eine Fläche von d^2 circular inches. Es gilt 1 circular inch = pi÷4 $inch^2$. Multipliziert man diese Grundfläche mit der Höhe h in inches, dann ergibt sich ein Volumen von $h*d^2*pi÷4$ $inch^3$ oder d^2*h cylindrical inches. Wird die Höhe in feet gemessen ergibt die Multiplikation cylindrical inch foot.
Als effektiver Druck des Dampfes werden 6,944 pounds pro square inch bzw. 5,454 pounds pro circular inch angenommen.

12 Weiss, Stephan: *Golding's Horse Power Computer (1908)*, Journal of the Oughtred Society , 23:2, Fall 2014.
Weiss, Stephan: *Crompton - Gallagher: Boiler Efficiency Calculator (1919)*, Journal of the Oughtred Society, 25:2, Fall 2016.

13 Armstrong, Robert: *An Essay on the Boilers of Steam Engines: their Calculation, Construction, and Management...*, London, 1839.

14 Siehe hierzu die Rückrechnung einer mit Dampf angetriebenen Wasserpumpe in meinem vorhergehenden Artikel in Abb. 2 und Fussnote 8 sowie weitere Beispiele bei Coulson, S,: *Coulson's Treatise on his newly invented Engineers' and Mechanics' Slide Rule,* Stokesley, 1842, S. 229: On Pumps and Pumping Engines.

nach Kohle für die Dampfmaschinen immer tiefer graben mussten und dabei häufiger auf Grundwasser stiessen.

Fehlerhafte gauge points

Ein Problem, das alle tabellarisch aufgelistete Zahlenwerte betrifft, sind die darin enthaltenen Fehler. Im Gegensatz zu Logarithmentafeln, die hierzu eingehend untersucht und verglichen wurden, gibt es zu Fehlern in Tabellen mit gauge points nur wenige Beiträge.
Van Poelje[15] beschreibt in einem Aufsatz für IM2017 drei Rechenscheiben mit ihren identischen Tabellen von gauge points, die Fehler von 10% bis 20% enthalten. Zudem stellt sich heraus, dass diese Tabellen einschliesslich ihrer Fehler auch in eine Bedienungsanleitung für einen Rechenschieber von Routledge kopiert worden sind. Eine weitere Quelle, die der Autor zitiert, spricht davon, dass die Tabellen bei Routledge mit Fehlern durchsetzt sein sollen und sich über fast ein Jahrhundert erhalten haben.

11-2017

15 van Poelje, Otto E.: *Three of a Kind*. In: Kleine, Karl (ed.): Calculating in Everyday Life. Proceedings 23rd International Meeting of Collectors and Researchers of Historical Computing Instruments (IM2017), Bonn, Germany.