Beispiele für den Realitätsbezug in historischen Textaufgaben

Stephan Weiss

Textaufgaben kleiden einen Sachverhalt, eine Problemsituation, in eine kurze Geschichte und stellen eine Frage. Diese kann nur beantwortet werden, indem der Sachverhalt herausgearbeitet, in die Darstellungsweise der Mathematik umformuliert und mit deren Mitteln gelöst wird. Daraus folgt, dass die Aufgabe zwei Ebenen umfasst, eine realitätsbezogene Ebene der Handlung und eine mathematische Ebene, die darin eingekleidet ist. Die Handlungsebene muss eine Geschichte erzählen, auch wenn sie noch so kurz ist, oder einen Sachverhalt darstellen. Einfache Aufgaben der Art

100 Pfund Safran kosten 94 Florin 1/3. Was kosten 384 1/4 Pfund?[1]

gehören nicht zu dieser Spezies, weil sie nur die verbale Umformulierung einer Kombination von Grundrechenaufgaben tragen.

Etwa ab dem 15. Jahrhundert erschienen Rechenbücher, zunächst handschriftlich, später gedruckt, mit Anleitungen zum praktischen Rechnen und mit Sammlungen von Textaufgaben. Sie dienten für die Ausbildung der Lernenden, die vornehmlich in Handel, Wirtschaft oder Verwaltung tätig werden sollten, in den Grundlagen der Arithmetik sowie im Umgang mit dem komplizierten System der Masseinheiten und Währungen. Nicht zuletzt wurden, weil der Dezimalbruch noch nicht bekannt ist, auch gute Kenntnisse im Bruchrechnen gelehrt und geübt. Für uns sind die Rechenbücher wertvolle mathematik- und kulturhistorische Quellen.

Bild aus Meichsner 1625a, Ausschnitt aus dem Vorsatzblatt. Rechts lernen Schüler unter Aufsicht des Rechenmeisters das Rechnen mit der Feder und auf dem Rechenbrett, links streiten sich Kaufleute. Der Grund für den Streit ist unbekannt. Wahrscheinlich können sie nicht richtig rechnen.

1 Wagner 1483, S. 55 u. 190.

Die Formulierungen der historischen Textaufgaben hinsichtlich der Fragen was wird erzählt, wie wird erzählt, welche Art von Realität konstruieren sie und welche Einkleidung erhält der mathematische Inhalt, waren schon mehrfach Gegenstand von Untersuchungen.[2] Eine Sammlung typischer oder origineller Texte in Rechenaufgaben hat Alfred Holl zusammengestellt und kommentiert.[3]

Im Folgenden werden einige ausgewählte historische Textaufgaben vorgestellt, weil sie völlig unterschiedliche Abbildungen der Realität zeichnen, von übereinstimmend über völlig absurd zu minimalisiert und bis nicht vorhanden. Die Grade der Übereinstimmung gehen ohne Abgrenzung ineinander über, sodass eine Kategorisierung nur schwer möglich ist. In der Vorstellung der Textaufgaben dienen typische Problemstellungen als Abgrenzung.

Alle aufgeführten Originaltexte sind keine Zitate, sondern unter Beibehaltung der Diktion in modernes Deutsch übertragen. Für Freunde dieser Form von Arithmetik sind historische und moderne Lösungswege im Anhang mit angegeben.

Handel mit Gütern

Über den Ein- und Verkauf von Zinn gibt Widmann 1526 folgende Aufgabe:[4]

> *Item (ebenso). Einer kauft 371 Zentner Zinn zu Eger je 1 Zentner für 10 Gulden 3/4 und kostet zu Fuhrlohn und Zoll oder Maut von Eger bis gen Nürnberg 121 Gulden und gibt (verkauft er) zu Nürnberg 1 Zentner um 8 Gulden 1/2.*
> *Willst du wissen, was er gewinnt oder verliert an dem Zinn allem. Nun sollst du wissen, dass (1 Zentner = 100 Pfund) Zinn von Eger wiegt zu Nürnberg 133 Pfund 1/3.*

Der Schwerpunkt dieser Aufgabe liegt im regionalen Unterschied der Gewichtseinheit Pfund, der einen unmittelbaren Vergleich von Einnahmen und Ausgaben unmöglich macht. Die regionale Vielheit von Masseinheiten war nichts ungewöhnliches, der angehende Kaufmann musste damit umgehen können. Sie erschwerte den Handel über grössere Distanzen und brachte zahlreiche Vergleichs- und Umrechnungstabellen hervor. In dieser Aufgabe entspricht das Gewicht eines Pfundes in Nürnberg dem von drei Vierteln eines Pfundes in Eger.
Die Übereinstimmung mit der Realität ist in dieser Aufgabe sehr hoch. Ware wird gekauft, mit Kosten transportiert und wieder verkauft. Die Gewichtseinheiten bei Kauf und Verkauf unterscheiden sich, trotz gleichen Namens. In Anhang 1 ist die Lösung der Aufgabe aufgeführt.

2 Feistner 2018, auch Feistner/Holl 2016.

3 Holl 2012/13, 2014.

4 Widmann 1526, fol. 114r. Diese und die folgende Aufgabe wurden in einem anderen Zusammenhang bereits bei Weiss 2016 vorgestellt.

Einige wenige Rechenaufgaben beinhalten neben der eigentlichen Realitätsebene eine zweite Bedeutungsebene. Die zitierte Aufgabe gehört dazu. Sie dient nämlich auch zur Unterrichtung des Schülers, dass im Fichtelgebirge Zinn abgebaut wird, was zur damaligen Zeit der Fall war. Abnehmer sind die Zinngiesser in Nürnberg, einem bedeutenden Handelsplatz und bekannt für Spielzeug, wozu auch Zinnfiguren gehören. Diese Information nimmt der Schüler beim Lesen des Textes mit auf.

Unter der Vergleichung von Gewichten verstand man deren Verhältnis zueinander, aus gedrückt in Zahlen. Ihr Wert konnte sog. Vergleichstabellen entnommen werden, sofern er bei der grossen Zahl von Kombinationsmöglichkeiten aufgeführt war. In einem Abschnitt mit gleichem Titel schreibt Adam Ries[5]:

> *Item 7 Pfund von Padua / tun 5 zu Venedig / und 10 von Venedig / tun 6 zu Nürnberg / und 100 von Nürnberg / tun 73 zu Köln / wieviel tun 1000 Pfund von Padua zu Köln?*

In dieser Aufgabe tritt das Problem der territorialen Vielfalt bei den Gewichten klar hervor. Die Aufgabe geht davon aus, dass dem Händler eine direkte Umrechnung von Padua zu Köln nicht bekannt ist, weswegen er von Stadt zu Stadt fortschreitend umrechnen muss. Die genannten Verhältnisse der Gewichte zueinander stimmen weitgehend mit denen aus anderen Quellen überein. Anhang 2 gibt die Lösung der Aufgabe.

Die gestellte Aufgabe besitzt einen hohen Grad an Realität, sie bereitet den Schüler darauf vor, dass er eine Vergleichung selbst berechnen können muss. Zudem gibt sie auf einer zweiten Ebene indirekt Informationen, die man nicht sofort erkennt. Gemeint ist der Reiseweg, den man mit einigen zusätzlichen Annahmen gut verfolgen kann. Dass ein angenommener Reiseweg dargestellt werden soll liegt nahe, weil die Orte für Umrechnungen geografisch aufeinander folgen und nicht beliebig gewählt sind.

Die Reise beginnt in Padua, führt nach Venedig und von dort mit Sicherheit über den Brennerpass und über Innsbruck, die hier nicht genannt sind, nach Nürnberg. Weiter geht die Reise sehr wahrscheinlich am Main entlang nach Frankfurt und / oder nach Mainz, von dort an den Rhein

5 Ries 1574, fol. 43r.

und am Rhein entlang nach Köln – den ganzen Weg mit Pferdefuhrwerken. In der obenstehenden Abbildung ist dieser Reiseweg in einer Karte aus neuerer Zeit nachgezeichnet.

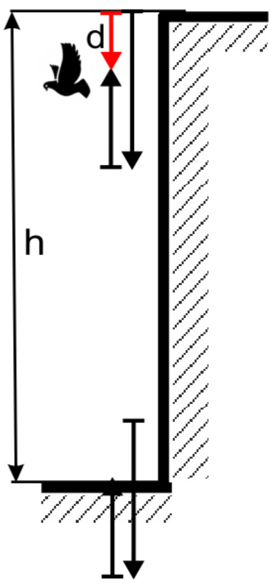
Diese Geschichte als Einkleidung existiert in Varianten. Wagner 1483 nennt die Stationen eines Reiseweges von Venedig über Innsbruck nach Nürnberg.[6]

Intermittierende Bewegung

Zu den inhaltlich wiederkehrenden Textaufgaben, die sich weit bis sehr weit von der Realität entfernen, gehört der Bewegungswechsel oder die intermittierende Bewegung. Hierbei bewegt sich ein Lebewesen, zumeist ein Tier, seltener eine Person, eine Zeit lang in eine Richtung, kehrt dann um und bewegt sich ein Stück zurück. Von dort aus wiederholt sich diese zweiteilige Bewegung. Gefragt ist nach der Zeit, die das Lebewesen benötigt, bis es ein vorgegebenes Ziel erreicht hat.

Auffallend ist, dass die Einkleidung des spezifischen Lösungsweges in eine Handlung auf Fähigkeiten und Kräfte des agierenden Lebewesens ebenso wenig Rücksicht nimmt wie auf dessen Lebensdauer. Zudem kann die Umsetzung der Fragestellung in eine mathematische Formulierung Probleme bereiten, weswegen dieser Aufgabentyp zuweilen im Lösungsweg fehlerhaft beantwortet wird.

In einer Handschrift aus der Mitte des 15. Jahrhunderts[7] wird erzählt:



Es sei ein Turm, der ist 10 Ellen hoch, und ist ein Taube und fliegt alle Tage herab 2/3 einer Elle und fliegt hin wieder auf (1/4) + (1/3) einer Elle. Nun frag ich, in wie viel Tagen die Taube auf die Erden kommt. Und mach es so: Zieh ab (1/3) + (1/4) von 2/3, gibt 1/12 einer Elle, und als viel fliegt die Taube herab alle Tage.
Nun sage: 10 mal 12 ist 120; in so viel Tagen kommt sie herab auf die Erde.

Die nebenstehende Skizze illustriert das Gesagte. Dieser Typ von Aufgaben hat ganz klar zwei Ziele, nämlich eine Übung im Rechnen mit Brüchen und die Vorstellung von positiven und negativen Bewegungsrichtungen. Dazu dienen die beiden Teilaufgaben erstens wie gross ist die tatsächliche Strecke d abwärts an jedem Tag und zweitens, voreilig gedacht, wie oft ist d in der Gesamtstrecke h enthalten. Auf diesen Rechenweg zielt die verbale Umsetzung des Geschehens ab, die allerdings eine Wirklichkeit konstruiert, der jeder Realitätsbezug fehlt. Ein Turm mit der Höhe zwischen

6 Wagner 1483, S. 55 u. 190.

7 Algorismus Ratisbonensis 1450, clm 14908, fol. 73r, zitiert nach Holl, 2014. Eine Elle entsprach je nach Region etwa 0,5 bis 0,8 Meter.

5 und 8 Metern kann durchaus existieren und hingenommen werden, die Flugzeit der Taube von 120 Tagen ununterbrochen in der Luft nicht mehr. Zudem ist der vorgestellte Lösungsweg falsch. Die Frage lautet wann die Taube den Erdboden erreicht und das ist wegen des Wechsels der Bewegungsrichtung bereits früher der Fall.
Nach 111 Tagen befindet sich die Taube 7/12 Ellen über dem Erdboden. Diese Distanz wird am Tag 112 mit der Abwärtsbewegung von 8/12 Ellen überwunden und die Taube hat den Erdboden erreicht. Soll sie den Endpunkt ihrer Bewegungen, der ebenfalls am Erdboden liegt, nach 120 Tagen erreichen, muss sie mehrfach in wechselnden Richtungen das Erdreich durchqueren.

Mit gleichen Zahlenwerten, nur in anderer Einkleidung, gibt Widmann 1489 diesen Ablauf.[8]

> *Es ist ein Berg, der ist 10 Ackerlängen hoch. Auf dem ist eine alte Wurzelgraberin, die sucht alle Tage herab 2/3 einer Ackerlänge und steigt wieder hinauf alle Tage 1/3 einer Ackerlänge und 1/4. Nun ist die Frage, in wieviel Tagen sie herunter von dem Berg auf die Erde kommt. Facit 120 Tage.*

Die Verweildauer der Frau in ihrer Arbeit ist mit dieser Geschichte nicht mehr das Problem. Man kann annehmen, dass sie Pausen zwischen den Tagen macht. Jedoch ist die Lösung $10/(2/3 - 1/3 - 1/4) = 120$ auch hier falsch angegeben, weil das vorzeitige Erreichen der unteren Begrenzung des durchsuchten Berges nicht berücksichtigt wird. Wo soll sie graben, wo kann sie graben, wenn diese Begrenzung erreicht ist?

In den Erzählungen mit intermittierenden Bewegungen variieren sowohl die äusseren Umstände einschliesslich ihrer Zahlenwerte als auch die Akteure selbst. Bei Ries 1574[9] ist es eine Schnecke, die versucht, aus einem Brunnen zu entkommen.

> *Eine Schnecke ist in einem Brunnen, 32 Ellen tief, kriecht alle Tag herauf 4 Ellen 2/3 und fällt des Nachts zurück 3 Ellen 3/4. In wie viel Tagen kommt sie heraus?*

Es wäre falsch, wie bei der Taube zu fragen, wie oft die Differenz von auf und ab, also das tatsächliche Vorankommen in Tag und Nacht, in der Tiefe des Brunnens enthalten ist. Denn die Schnecke erreicht den Brunnenrand in einer Bewegung aufwärts, nicht aus der Luft kommend abwärts. Der Aufgabe ist ein richtiger Lösungsweg beigefügt. Er stammt, wie Ries im Text selbst angibt, vom Probierer[10] Hansen Cunrad aus Eisleben. In der ersten Auflage seines zweiten Rechenbuches

8 Widmann 1489, fol. 235v.

9 Ries 1574, fol. 72v.

10 Als metallurgische oder berg- und hüttenmännische Probierkunst bezeichnet man im Hüttenwesen die Kenntnis und die Anwendung von Mitteln und Verfahren, um bei Mineralien und bei Produkten der Schmelzhütten in kurzer Zeit die Inhaltsstoffe zu bestimmen. (Wikipedia, Suchbegriff Probierkunst, letzter Zugriff 21.7.2019). Hieraus leitet sich die Berufsbezeichnung Probierer ab.

war noch die falsche Lösung angegeben. In Abschnitt 3 ist der nicht leicht verständliche, dafür aber originelle Lösungsweg erläutert.

Bei Rudolff 1574 ist der Brunnen 20 Klafter tief und die Schnecke bewegt sich am Tag 7 Klafter aufwärts und fällt in der Nacht 2 Klafter zurück.[11] Die Lösung ist richtig mit 3 5/7 Tagen, jedoch ohne irgend eine Erklärung, angegeben. In Anhang 4 wird der Originaltext gezeigt.

Auch hier haben wir eine konstruierte Erzählung vor uns, die nur als Träger des Bewegungsablaufs dient. Eine Schnecke, die sich Tag für Tag nur in senkrechter Richtung bewegt und an jedem Tag und in jeder Nacht die gleiche Strecke zurücklegt kann nur in der Fantasie existieren.

Die Handlung kann durchaus skurrile Züge annehmen, wie dies bei dem Löwen im Brunnen der Fall ist. Die Aufgabe wird im *Liber Abaci* von Leonardo von Pisa (Fibonacci) aus dem Jahr 1202 gestellt. Der Löwe, der täglich 1/7 Handbreit höher kommt, aber täglich wieder 1/9 Handbreit abrutscht, kommt glücklich nach 1575 Tagen aus dem Brunnen, wenn er bis dahin nicht verhungert ist.[12] Die Tatsache, dass ein Löwe nicht an senkrechten Wänden hochklettern kann bleibt eine weitere Unmöglichkeit.

Bei Rudolff 1525 gehen zwei Boten in einer Steigung aufeinander zu, der eine aufwärts, der andere abwärts.[13]

> *Es liegen zwei Städte 30 Meilen von einander. Gehen zwei Boten zugleich aus. Der eine aufwärts geht täglich 5 Meilen, wird jede Nacht im Schlaf von einem Gespenst 2 Meilen hinter sich verführt. Der andere geht abwärts täglich 7 Meilen, wird des Nachts vom Gespenst wiederum zurückgeführt 3 Meilen. Ist die Frage, in wieviel Tagen die Boten zu einander kommen.*

Hier wird der Grund für die Rückführungen auf ein Gespenst übertragen, weil man dieser Spezies übernatürliche Kräfte nachsagt. Die Boten sind sich der Erschwernis nicht bewusst oder beachten sie nicht. Rudolff fügt den Rechenweg ausführlich und richtig, jedoch ohne Erklärungen, der Aufgabe bei. In Anhang 5 ist er im Original wiedergegeben und kommentiert.

Es bleibt festzustellen, dass die Geschichten nur den Bewegungsablauf beschreiben und die daraus resultierende mathematische Fragestellung tragen. Ihre Realitätsbezüge spielen sowohl in der Handlung als auch in den Zahlenwerten der Vorgaben oder der Lösung so gut wie keine Rolle. Sie sind nicht identisch mit Beobachtungen und auch nicht mit Erfahrungen. Alleinig das Besondere im Lösungsweg für eine intermittierende Bewegung steht im Vordergrund. Offensichtlich ging man davon aus, dass die Bearbeiter der Aufgaben die Absurdität von Voraussetzungen und Lösung hinnehmen. Vorstellbar wäre auch, dass die Aufgaben mit Ab-

11 Rudolff 1574, Abschn. Von einem Schnecken. Ein Klafter entsprach etwa 1,8 Meter.

12 Aufgabe und Kommentar übernommen aus Holl 2012/13.

13 Rudolff 1525, M 8-8v, Nr. 116.

sicht gestellt wurden mit dem Hintergedanken, einen Kontrast zu den nur an der Praxis orientierten Rechnungen zu setzen oder mit dem Ziel, die Richtung zur reinen Mathematik ohne Realitätsbezug aufzuzeigen.[14]

Aufgaben mit intermittierenden Bewegungen findet man heute noch in Rätselsammlungen und in Aufstellungen schwieriger Textaufgaben.

Die Zwillingserbschaft

Eine Aufgabe die über Jahrhunderte hinweg in Rechenbüchern gestellt wird und bei näherer Untersuchung unerwartet einen zweiten Realitätsbezug aufweist ist die der Zwillingserbschaft. Die Geschichte ist schnell erzählt:

> Ein Mann liegt im Sterben und sagt zu seiner schwangeren Frau: wenn du einen Sohn auf die Welt bringst erbt er zwei Drittel meines Nachlasses und du ein Drittel. Wenn es eine Tochter wird erbt sie ein Drittel und du zwei Drittel. Der Mann stirbt. Die Frau bringt Zwillinge zur Welt, einen Sohn und eine Tochter. Wie viel erben Mutter, Sohn und Tochter, ausgedrückt in Bruchteilen des Nachlasses?

In Varianten der Aufgabe ist der Nachlass in Währung und Höhe angegeben. Die Frage warum der Sohn mehr bekommt als die Tochter soll hier nicht diskutiert werden. Sie wird auch nirgendwo angesprochen.

Die Handlung könnte sich so zugetragen haben. Sie greift auf keinerlei inakzeptable Voraussetzungen zurück. Trotzdem ist die Aufgabe nicht so einfach zu lösen wie es zunächst den Anschein hat. Der Versuch, einen Ansatz zu finden führt bald zu der Feststellung, dass es mehr als nur einen gibt. Wer sich an dieser Stelle auf die Frage zurückzieht, was der Vater eigentlich wollte, ist zumindest auf dem richtigen Weg. Da die Aufgabe mit den gegebenen Daten nicht eindeutig lösbar ist, beinhaltet sie auch primär kein mathematisches Problem, sondern wandelt sich auf einer zweiten Realitätsebene überraschend zu einem juristischen Problem.

Wie Cantor[15] berichtet wurde diese Aufgabe bereits in spätrömischer Zeit von Juristen mehrfach in einem Rechtsstreit diskutiert. Er wurde dahin gehend entschieden, dass die Proportionen der Verteilung zwischen Mutter und Sohn und Mutter und Tochter erhalten bleiben müssen.

Mit den Variablen
  S = Anteil des Sohnes,
  M = Anteil der Mutter,
  T = Anteil der Tochter
ergeben sich daraus die Ansätze

14 Feistner 2016, S. 88.

15 Cantor 1894-1908, Bd. 1, 2. Aufl., S. 523.

$M = S/2$; $M = 2*T$; wie vom Vater bestimmt,
$S+T+M = 1$;
und somit $S = 4/7$; $M = 2/7$; $T = 1/7$; (A1)

In dieser Lösung sind die beiden Proportionen zwischen Sohn zu Mutter und Tochter zu Mutter eingehalten.

Cantor zitiert den Gelehrten Salvianus Julianus, der im 2. Jhd. n.Chr. wirkte. Jener argumentiert wie oben angegeben und fügt hinzu, diese Entscheidung wurde getroffen, weil nach dem Willen des Vaters auch die Frau etwas erben solle. Der Gelehrte ergänzt dass dieses Testament angefochten werden sollte. Der Grund liegt darin, dass die Lösung nicht mit römischem Recht übereinstimmt. Welche Vorgaben das römische Recht machte kann hier nicht weiter vertieft werden. Spätestens an dieser Stelle spaltet sich die Realitätsebene der Geschichte der Zwillingsgeburt in einen mathematischen und in einen juristischen Bezug auf.

Die Aufgabe tritt wieder auf im frühen Mittelalter in einer Alkuin (735-804) zugeschriebenen Aufgabensammlung[16] in lateinischer Sprache mit dem Titel *Propositiones ad acuendos iuvenes* (übers. Themen / Aufgaben zum Anspornen der Jugend). Alkuin war ein frühmittelalterlicher Gelehrter und der wichtigste Berater Karls des Grossen.

Die Aufgabenstellung bleibt die gleiche, nur die Proportionen zwischen Sohn, Tochter und Mutter sind andere.[17] Das ist hier nicht ausschlaggebend, wesentlich ist vielmehr der Lösungsweg, wie er sich aus der Anweisung zur Berechnung der Lösung ergibt. Das Erbe wird in zwei gleiche Teile geteilt. Eine Hälfte wird aufgeteilt nach der Proportion von Sohn zu Mutter und die andere Hälfte nach der Proportion von Tochter zu Mutter. Bleibt man bei den bisher angewandten Teilungen ergibt sich daraus der Ansatz

$M = S/2$; $M = 2*T$;
$S+M = 1/2$; $T+M = 1/2$;
und daraus $S = 1/3$; $M = 1/2$; $T = 1/6$; (A2)

Die Mutter erhält ein Sechstel aus der Proportion zum Sohn und ein Drittel aus der Proportion zur Tochter, in Summe die Hälfte.
Dieser Ansatz erscheint realistischer, weil sie die vom Erblasser gewünschten Proportionen für jedes Kind zunächst beibehält und zudem berücksichtigt, dass die Mutter einen Teil des Nachlasses erhält, um ihren Lebensunterhalt und den der Kinder zu sichern. Je mehr Kinder sie hat umso grösser sind diese Aufwendungen. Im Originaltext wird keine Begründung für den o. a. Lösungsansatz gegeben. Folkerts ergänzt, dass die erstaunliche Auflösung in den *Propositiones* zeigt, dass

16 Folkerts 1978, Aufg. 35, englische Übers. bei Hardley 1992, S. 118, s. a. Wikipedia: Propositiones
17 Als Einzelkind erhalten der Sohn 9/12 und die Mutter 3/12 bzw. die Tochter 7/12 und die Mutter 5/12.

ihr Autor von der römischen Rechtspraxis nichts mehr verstand.[18] Hier – und nicht nur hier – treffen zwei Interpretationen der Realität aufeinander, die juristische und die unmittelbar einsichtige.

In den frühen Rechenlehrbüchern wird die Aufgabe trotz dieser Widersprüchlichkeit immer wieder gestellt.[19] Hierbei wird die Aufteilung $M = S/2; M = 2*T$ teils beibehalten, in anderen Quellen variieren die vorgegebenen Proportionen.
Eine eingehende Bearbeitung des Problems einschliesslich einer kritischen Würdigung der anderen Autoren gibt Countereels 1658.[20] Sein Lösungsansatz geht weiterhin von der Aufteilung $M = S/2; M = 2*T$ aus, er argumentiert jedoch, dem Sohn sei seitens des Vaters mit 2/3 soviel zugesprochen wie Mutter und Tochter mit je 1/3 zusammen und setzt deshalb an

$M = S/2;\ M = 2*T;$
$S+M+T = 2*S = 1;$
und daraus $S = 1/2;\ M = 1/3;\ T = 1/6;$ (A3)

Der Sohn erhält soviel wie Mutter und Tochter zusammen.

Clausberg 1795, ein relativ später Autor, nimmt sich eingehend der Zwillingserbschaft an, gibt eine Lösung der Aufgabe und bewertet ihren Nutzen:[21]

> *Weil des Testatoris Wille ist, daß die Mutter 2mal soviel als die Tochter, der Sohn aber 2mal soviel als die Mutter haben soll; so schließet man auch bei gegenwärtigem Falle: Wenn die Tochter 1 bekommt daß der Mutter 2, und dem Sohn 4 gebühre;…*

und er kommt zu der bereits bekannten Aufteilug (A1). Über den praktischen Nutzen der Aufgabenstellung selbst fährt er fort:

> *Nota. Dieses Exempel habe ich bloß deswegen angeführet, um nur meine Meynung in Puncto der Ausrechnung derselben zu eröffnen. Was aber den obgeachten Schluß selbst betrifft, halte ich vielmehr dafür, wenn dieser Casus sich wirklich ereignen sollte, daß die Herren Advocaten noch viel einwenden, und bey einem solchen unvermutheten Falle vielleicht das ganze Testament umstoßen dürften. Daher ist es ein unnöthiger Streit, wenn man in den Rechenbüchern wegen dieses Exempels viel disputiren will.*

Damit stellt er fest, dass die Erarbeitung eines Lösungsweges so gut wie keinen Lernzuwachs oder Informationsgewinn mit sich bringt und letztendlich Juristen über den richtigen oder ihrer Meinung nach gerechten Ansatz urteilen müssen.

Manche Autoren verkomplizieren den Realitätsbezug bis in absurde Ausgangssituationen, etwa wenn die Mutter einen Sohn und zwei Töchter oder ein zweige-

18 Folkerts 1978, S. 33.

19 S. hierzu auch die Zusammenfassung bei Smith 1925, Bd. 2, S.544ff.

20 Countereels 1658, Abschn. Reghel van Testamenten, S. 382ff.

21 v. Clausberg 1795, Abschn. Von der Gesellschaftsrechnung, S. 1403f.

schlechtliches Wesen zur Welt bringt. Mit solchen Annahmen entsteht eine irrationale Welt in der Erzählebene, deren Nutzlosigkeit Clausberg sieht und anspricht:

> *Noch unnützer ist es aber, wenn ein gewisser Rechenmeister hierinnen noch weiter gegangen, und ein Exempel gesetzet: Wenn die gedachte Mutter nicht nur 2, sondern 3 Kinder, ja gar einen Hermaphroditum zur Welt gebracht, wie des obgemeldeten Testatoris Wille in solchem Falle zu appliciren sey?*

Soweit ich nachprüfen konnte taucht die Aufgabe von der unerwarteten Mehrlingsgeburt nach einem Testament in späteren Rechenbüchern nicht mehr auf.

Das Fass mit Zapfen und Gott grüss euch

Neben der Übersteigerung der Wirklichkeit bis in das Absonderliche finden wir auch eine erheblich reduzierte Realität. Wagner 1483 stellt ein Fass mit drei Abflüssen vor:[22]

> *Regel von einem Fass.*
> *Item. Es war ein Fass das hatte 3 Zapfen. Wenn man den ersten zog so gings aus (lief aus) in 2 Tagen. Mit dem andern Zapfen gings aus in 3 Tagen. Mit dem dritten Zapfen gings aus in 4 Tagen. Und wenn man sie alle drei zieht wie lang muss es ausrinnen.*

Die Lösung wird in Anhang 6 gegeben.
Diese und die folgende Aufgabe stehen stellvertretend für eine Gruppe von ganz unterschiedlichen Fragestellungen, die eines gemeinsam haben. Es wird keine Geschichte mehr erzählt, der Realitätsbezug ist stattdessen stark minimalisiert, eingegrenzt auf einen Sachverhalt, und dient allein der verbalen Umschreibung mit Hinführung auf die Frage. In obigem Beispiel ist nur noch von einem auslaufenden Fass die Rede. Mehr ist auch nicht nötig. Das Fass als Flüssigkeitsbehälter ist bekannt, drei Öffnungen zum Befüllen und Entleeren sind vorstellbar und deshalb akzeptabel. Ein Lösungsweg ergibt sich aus der Beschreibung nicht, den muss der Lernende erarbeiten.

Eine auf das Minimum reduzierte Realität findet man gleichermassen bei den Aufgaben des Typs „Grüss Gott“ oder „Gott grüss euch“. Dazu sei beispielhaft eine Aufgabe bei Ries 1574 genannt:[23]

> *Item einer spricht Gott grüss euch Gesellen alle dreissig. Antwortet einer wenn unser noch so viel und halb so viel wären, so wären unser dreissig. Die Frage (ist) wieviel ihr gewesen?*

22 Wagner 1489, S. 114 u. 224.

23 Ries 1574, fol. 58r.

Die Lösung 12 Gesellen wird in Anhang 7 erarbeitet.
Die Information, die der Angesprochene gibt, ist kurz und dennoch ausreichend, weil sie gleichzeitig schon den Lösungsansatz aufzeigt. Der Grad der Übereinstimmung mit der Realität hängt davon ab, ob tatsächlich jemand im realen Leben eine solche Antwort geben würde. Unmöglich wäre sie nicht und ausschliessen kann man sie auch nicht. Eine gewisse Toleranz in der Wahrscheinlichkeit für eine Antwort dieser Art wird vorausgesetzt. Fehlt diese Toleranz muss die Fantasie einspringen, wie das nächste Beispiel zeigt.

In Hinblick auf die Realität der Ausgangssituation und der Lösung selbst sei auf eine Textaufgabe gleicher Art hingewiesen, die Holl zitiert[24]. Eine Gans spricht zu einer Gruppe Gänse und bekommt von einem Mitglied eine Antwort, aus der sich ihre Anzahl errechnen lässt. Demnach haben sich 8 4/7 Gänse versammelt.
Das Ergebnis mag aus mathematischer Sicht richtig sein. Bezieht man es jedoch ebenfalls in die Wertung des Wirklichkeitsstatus ein, stellt sich die Frage, wie soll der Bearbeiter ein solches Ergebnis bewerten?
Die Ausgangssituation fordert vom Leser die Kraft der Fantasie für die Akzeptanz des Unmöglichen. Dazu sind wir bereit, man denke nur an Kurzgeschichten vom Typ Witz: Treffen sich zwei Mäusedamen, sagt die eine zur anderen…

Zahlen raten und Kombinatorik

Im Laufe des 17. Jahrhunderts kommt eine neue Methodik in den Rechenaufgaben auf. Sie sind jetzt nicht mehr nur sachlich unterrichtend, sondern wollen darüber hinaus Neugierde, Interesse wecken oder unterhaltsam sein. Die Benennungen der Aufgabensammlungen als mathematische Kuriositäten, arithmetische Lustgärten, Belustigungen, Erquickstunden und ähnlich deuten auf dieses Ziel hin. Daniel Schwenter, einer der führenden Autoren in dieser Gattung, greift überwiegend auf Aufgaben der Art Zahlenraten und Kombinatorik zurück. Die Verfahren des Zahlenratens ermöglichen dem Ratenden, eine ihm unbekannte Zahl zu ermitteln, indem er nach deren Eigenschaften, meist als Ergebnis einer Rechnung mit ihr, fragt. Eine Aufgabe aus dieser Gruppe lautet[25]

> *Die XXVII. Aufgabe. So einer in einer Hand eine goldene / in die andere aber eine silberne Münze verbirgt / durch Rechnung zu erfahren / in welcher Hand die goldene Münze verborgen (ist).*

Der Text klingt geheimnisvoll und vielversprechend. Schwenter verrät welche Vorgehensweise zum Ziel führt. Das Material der Münzen, ob Gold oder Silber, spielt keine Rolle, Edelmetalle machen den Sachverhalt interessanter. Wichtig ist, dass eine der Münzen einen geraden Wert, die andere einen ungeraden Wert besitzt und dass der Sachkundige die Zuordnung von Material zu Wert kennt. Dann fragt er sein Gegenüber nach dem dreifachen des Wertes in der rechten Hand sowie nach

24 Holl 2012/13, S. 12, Gespräche zwischen Gänsen und Gänsebruchteilen.

25 Schwenter 1636, S. 59

dem zweifachen des Wertes in der linken Hand und addiert beide. Ist das Ergebnis eine gerade Zahl liegt in der rechten Hand ein gerader und in der linken Hand ein ungerader Wert. Ist die Summe ungerade sind die Positionen der Werte umgekehrt.

Die Grundlage der Aufdeckung liegt in den Eigenschaften gerader und ungerader Zahlen. Der dargestellte Ablauf mit Münzen verdeckt in den Händen des Gegenüber und die Fragen des Kundigen sind nichts anderes als eine Anwendung dieser Eigenschaften, während ein unkundiger Beobachter nur die Ausgangssituation sieht. In dieser Identität von Grundlage und Vorgang bildet die Aktion in Wirklichkeit einen mathematischen Zusammenhang ab. Der Ablauf der Situation ist deren Träger. Mit einer erfahrbaren Realität des Alltagslebens hat das Geschehen nichts zu tun.

Aus dem Gebiet Kombinatorik stellt Schwenter die Frage[26]

> *Die XXXII. Aufgabe. Zu rechnen wie oft 12 Personen so über einem Tisch sitzen / ihre Stelle verändern können / daß sie nicht einmal sitzen wie das andermal.*

Die Frage ist identisch mit einer Permutation von 12 Elementen ohne Wiederholung, das sind 12! = 2*3*4*…*11*12 = 479.001.600 Anordnungen. Die Vorgabe ohne Wiederholung liegt implizit in der Tatsache, dass von Personen, also Individuen, die Rede ist.
Genauso gut hätte Schwenter nach der Anzahl der Anordnungen von 12 unterschiedlichen Elementen fragen können. Der Ersatz der neutralen Elemente durch die Platzhalter 12 Personen an einem Tisch ist griffiger, leichter vorstellbar. Die Formulierung ist unmittelbar aus der Mathematik gegriffen. Mit irgend einer Realität des Erlebbaren oder Erfahrbaren hat die dargestellte Situation nichts gemein, es sei denn man sieht auch in den Sätzen der Mathematik eine Art von Realität.

Die Frage nach der Anzahl der Anordnungen wird gestellt, damit die Leser über einen Lösungsansatz nachdenken oder, falls ihnen die Antwort mitgeteilt wird, darüber staunen:

> *Nun so einer alle Tag zehn tausend Veränderung anstellte / würde er damit zu tun haben 130 Jahre. Welches zumal wunderlich und dem Unerfahrenen zu glauben unmöglich.*

Die historische Arithmetik

Zugleich mit der unterhaltenden Mathematik erscheint ein neuer Typus von Textaufgaben, der hier vorgestellt werden muss, weil er in der Ausgestaltung der Erzählebene ein anderes Ziel verfolgt als den mathematischen Inhalt zu tragen.

26 Schwenter 1636, S. 66

In der *Arithmetica Historica* werden Ereignisse im Alten und Neuen Testament, aus Sagen oder aus der Geschichte ausführlich und mit Belehrungen versehen dem Leser vorgetragen. Eine Rechenaufgabe mit Bezug auf das zuletzt Vorgetragene schliesst sich, fast schon nebensächlich, an. Die Quellen und den angesprochenen Personenkreis nennt der vollständige Titel zu Meichsners Arithmetica Historica 1625[27] :

> *Arithmetica Historica. Das ist: Rechenkunst durch alle Species unnd fürnembsten Regeln mit schönen denckwürdigen Historien und Exemplis auß H. Göttlicher Schrifft und guten Geschichtsbüchern genommen sampt deroselben bedeutung lustig und lieblich zulesen so wol für die Jugend als die jenigen so nicht rechnen können also zusammen getragen durch Georgium Meichsnerum p.t. in Patria zu Rotenburg an der Tauber Schuldienern.*

Weitgehend identisch lautet der Titel bei Suevus 1593[28], der zudem auf seine Bearbeitung von Münze, Mass und Gewicht hinweist. Meichsner hat viele Beispiele von ihm übernommen und abgeändert.

Meichsner holt sich die Anregungen und Inhalte überwiegend aus der Bibel. Nach Ausführungen über den Sinn des Zitates „Einer trage des anderen Last…“ (Galater 6:2) fährt er fort[29]:

> *Salomon Prov. 2.2 spricht: Reiche und Arme müssen untereinander sein, der HERR hat sie gemacht.*
> *Davon nimm dies Exempel: Drei gute Gesellen geringen Vermögens die sich neben andern auch gern mit Gott und Ehren mehren(?) wollten haben eine gewisse Summe Geldes in ihren kleinen Handel auf sonderliche Weise anzulegen: A hat mit des B Geldes (zusammen) 500 Denar. B mit des C Geldes 700 Denar. C aber mit des A Geldes 600 Denar.*
> *Hier ist die Frage wieviel ein jeder (für sich) habe? Facit: A 200. B 300. C 400.*

In der Mehrzahl der Aufgaben holen die Autoren in den Erzählungen und Belehrungen weiter bis sehr weit aus. Erzählter Inhalt und Unterweisung vermischen sich. Die abschliessende Rechenaufgabe hat in ihrer Erzählebene mit dem Vorgetragenen nur wenig zu tun, sie wirkt wie ein weit hergeholter Anhang.

Lies / Schreib und Rechne jederzeit /
Der jüngste Tag ist nicht mehr weit. [30]

---

27 Meichsner 1625c

28 Suevus 1593

29 Meichsner 1625c, S. 91

30 Meichsner 1625b, Titelblatt und Suevus 1593, Abschluss des Registers.

Anhang 1: An- und Verkauf von Zinn

Ausgaben: Ankauf Zinn 371 Zentner * 10 3/4 Gulden = 3988 1/4 Gulden;
plus 121 Gulden Fuhrlohn, Maut usw. = 4109 1/4 Gulden;
371 Zentner in Eger sind in Nürnberg 371 * 1 1/3 = 494 2/3 Zentner; (Widmann rechnet unnötigerweise = 494 Zentner 66 Pfund 2/3)
Einnahmen: Verkauf in Nürnberg: 494 2/3 Zentner * 8 1/2 Gulden = 4204 2/3 Gulden;
Gewinn: 4204 2/3 – 4109 1/4 = 95 5/12 Gulden.

Anhang 2: Vergleichung der Gewichte

1 Pfund Padua = 5/7 Pf. Venedig; 1 Pf. Venedig = 6/10 Pf. Nürnberg;
1 Pf. Nürnberg = 73/100 Pf. Köln;
1000 * (5/7) * (6/10) * (73/100) = 5 * 6 * (73/7) = 2190/7 = 312 6/7;
Lösung: 1000 Pfund in Padua entsprechen 312 6/7 Pfund in Köln.

Anhang 3: Schnecke im Brunnen bei Ries

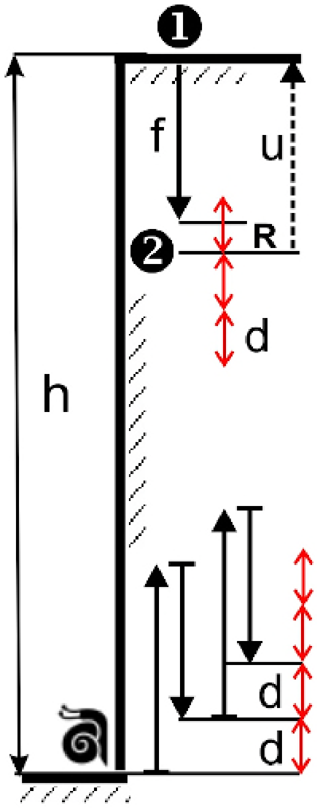
Gegeben sind
die Höhe des Brunnens h = 32 Ellen,
der Steigweg am Tag s = 4 2/3 = 56/12 Ellen,
der Fallweg in der Nacht f = 3 3/4 = 45/12 Ellen.
Die Schnecke kommt voran nach Tag und Nacht mit der
Differenz oder Distanz $d = s - f$ = 11/12 Ellen.

In der Zeitspanne der Lösung darf die Schnecke trotz ihrer wechselnden Bewegungsrichtung nicht den Brunnenrand übersteigen. Sie erreicht den Brunnenrand in einer Steigbewegung und nicht aus der Luft herunter kommend. Naheliegend wäre durch Ausprobieren herauszufinden, wo sich die Schnecke nach 28, 29, 30 Tagen befindet und welcher Weg noch vor ihr liegt.

Nach 30 Tagen und Nächten ist sie 30*11/12 = 27 6/12 Ellen hoch geklettert, bis zum Rand fehlen noch 32 – 27 6/12 = 4 6/12. Mit einem Fallweg von 3 3/4 kann sie in der vorhergehenden Phase noch nicht oben gewesen sein. Diese Feststellung spielt im zweiten Lösungsweg eine wesentliche Rolle.
Nach oben fehlen 4 6/12. Im Laufe des folgenden 31. Tages überwindet sie diese Distanz innerhalb ihres Steigweges von 4 2/3. Das Verhältnis des Restweges zum Steigweg beträgt (4 2/3) / (4 6/12) = 27/28. Somit erreicht die Schnecke nach
30 27/28 Tagen den Brunnenrand.

Schneckengang.

Item/ein Schneck ist in einem Brunn 32. elen tieff/kreucht alle tag herauff 4. eln $\frac{2}{3}$. vnd felt des nachts zurück 3. eln / vnd $\frac{3}{4}$. in wie viel tagen kompt sie herauß? Machs also: Resoluir einen jeglichen bruch in seine theil/vnd setz also $\frac{14}{3}$ theil $\frac{15}{4}$. Multiplicir im Creutz/kommen 56. das steigen/vnd 45. das fallen / nimb eins vom andern/bleiben 11. der theiler. Nun multiplicir die Nenner mit einander / werden 12. darmit multiplicir die 32. elen / kommen 384. dauon nimb das fallen/als 45. bleiben 339. die theil ab mit 11. werden 30. tag / bleiben 9. Darzu thu das fallen / als 45. werden 54. theil ab mit 56. werden $\frac{27}{28}$ theil / in so langer zeit kompt die Schneck herauß. Ist recht gemacht/ vnd zum ersten erfunden durch Hansen Cunrad Probirer zu Eißleben.



Cunrad gibt im Rechenbuch von Ries einen richtigen Lösungsweg, allerdings wie zu dieser Zeit üblich, in rezeptartiger Abfolge ohne jede Begründung. Er geht wie folgt vor[31] (vgl. oben die Reproduktion des Originaltextes und daneben eine moderne Skizze).

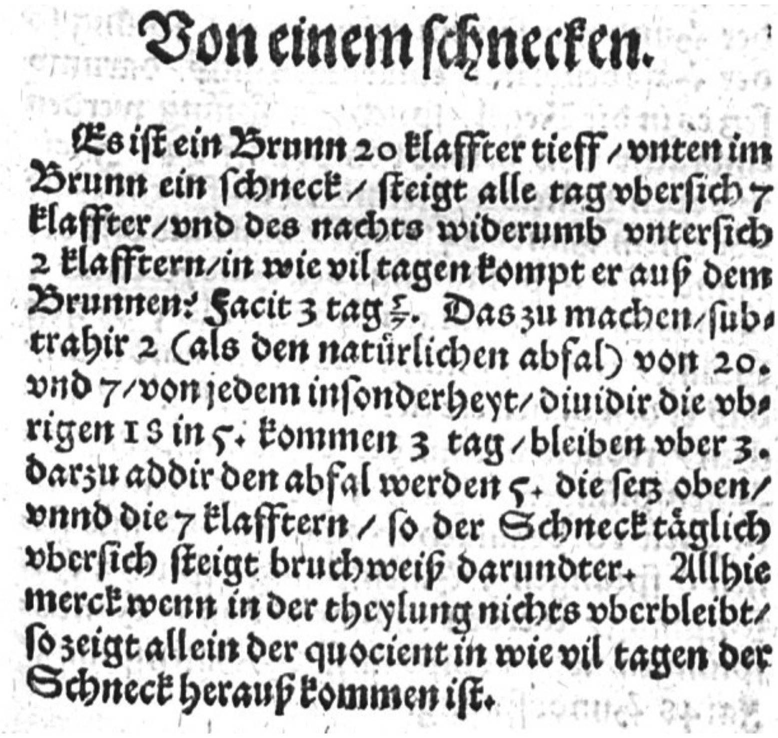
Er berechnet zunächst die tatsächliche Fortbewegung d in jeder Phase Tag und Nacht zu $d = s - f = 4\ 2/3 - 3\ 3/4 = 11/12$ Ellen. Alle folgenden Zahlenangaben im Originaltext sind als Zwölftel gemeint. Die Brunnenhöhe wird auf 384/12 umgerechnet. Von der Brunnenhöhe zieht er einen Fallweg f ab und erhält 339/12. Diesen Wert dividiert er durch die Distanz d und erhält 30 9/11 Tage. Das Ergebnis war die zunächst falsch angegebene Lösung. Der Fehler liegt in der Interpretation des Bruchteils über 30.

Bis hierher dient der erste Abschnitt im Lösungsweg der Bestimmung des ganzzahligen Anteils der Tage und Nächte, die die Schnecke zum Aufstieg benötigt, ohne dass sie den Brunnenrand übersteigt. Das Übersteigen des Brunnenrandes in der letzten Phase bei Punkt 1 wird mit dem Abziehen des Fallweges f von der Gesamthöhe verhindert. Tatsächlich hat sie nach 30 Auf- und Abwärtsbewegungen d den Punkt 2 erreicht. Von dieser Position aus muss sie die Strecke $u = R$ plus einen Fallweg f, der zuvor abgezogen wurde, überwinden. R ist ein Restweg, der sich bestimmt aus reduzierte Brunnenhöhe minus 30 mal die Differenz d bzw. $R =$

31 S. hierzu auch Prinz 2009, S. 180ff.

339/12 – 30*11/12 = 9/12 Ellen. Hierzu der Fallweg *f* mit 45/12 addiert ergibt u = 54/12. Dieser Wert ist kleiner als ein Steigweg und bestimmt somit den Bruchteil des letzten Tages, bis die Schnecke ihr Ziel erreicht hat. Deshalb wird dieser Wert durch den Steigweg des nächsten Tages 56/12 dividiert. Das Ergebnis ist 27/28. Somit benötigt die Schnecke insgesamt 30 Tage und Nächte plus 27/28 des folgenden Tages.

Anhang 4: Schnecke im Brunnen bei Rudolff

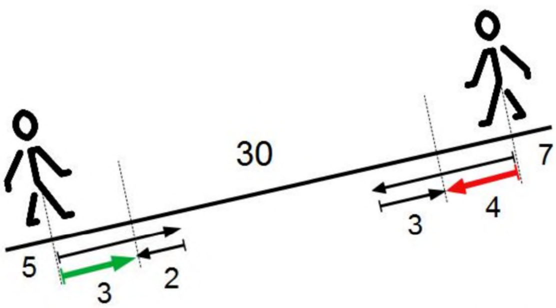


Von einem schnecken.

Es ist ein Brunn 20 klaffter tieff / vnten im Brunn ein schneck / steigt alle tag vbersich 7 klaffter / vnd des nachts widerumb vntersich 2 klafftern / in wie vil tagen kompt er auß dem Brunnen? Facit 3 tag 5/7. Das zu machen / subtrahir 2 (als den natürlichen abfal) von 20. vnd 7 / von jedem insonderheyt / diuidir die vbrigen 18 in 5. kommen 3 tag / bleiben vber 3. darzu addir den abfal werden 5. die setz oben / vnnd die 7 klafftern / so der Schneck täglich vbersich steigt bruchweiß darundter. Allhie merck wenn in der theylung nichts vberbleibt / so zeigt allein der quocient in wie vil tagen der Schneck herauß kommen ist.

Anhang 5: Zwei Boten bei Rudolff

Zunächst der Originaltext des Lösungsweges aus Rudolff 1525, M 8-8v, Nr. 116, s. hierzu auch die Skizze links.



…Ist die Frage in wieviel Tagen die Boten zueinander kommen. Das zu machen schau zum ersten wieviel Meilen beide Boten einen Tag vor sich (vorwärts) gehen. Macht 12 Meilen. Schau auch wieviel Meilen sie wiederum verführt (zurückgeführt) werden. Macht 5 Meilen die subtrahiere von 12 Rest ist 7 Meilen so sie einen Tag vor sich kommen. Subtrahiere auch die 5

> *verführten Meilen von 30 bleiben 25. Sprich 7 Meilen geben einen Tag was geben 25 Meilen macht 3 Tage bleiben Rest 4. Wäre in einer solchen Teilung nichts übrig geblieben so hätte der Quotient für sich selbst vollkommen Bericht gegeben nämlich er hätte angezeigt in wieviel Tagen die Boten zueinander kommen ist anders verlaufen. Darum addiere die 4 übrig gebliebenen Meilen zu den 5 verführten (vorhin von 30 abgezogen so sie noch nicht in die Regel gesetzt sind) werden 9 Meilen die gehen sie aufeinander zu am vierten Tag in der gleichen Zeit. So eine Zeit sei ein Teil eines Tages. Sprich 1 Tag aufwärts gibt 5 Meilen was geben 1 Zeitteil. Macht 5 Zeitteile. Weiter 1 Tag abwärts gibt 7 Meilen was geben 1 Zeitteil. Macht 7 Zeitteile. Summa summarum macht 12 Zeitteile gleich 9 Teile. Machs (so) macht 1 Zeitteil (entspricht) 3/4 Teile die addiere zum oberen Quotienten nämlich zu 3 Tagen: werden 3 3/4 in soviel Tagen kommen die Boten zusammen.*
> *Probe. Am dritten Tag morgens früh sind sie noch 16 Meilen voneinander (entfernt). Weil sie nun zusammen in 1 Tag nicht mehr als 12 Meilen gehen ist es nicht möglich dass sie am dritten Tag zusammen kommen. Aber am vierten Tag morgens früh sind sie voneinander 9 Meilen (entfernt) die gehen sie in 3/4 eines Tages. Das zu prüfen sprich 1 Tag aufwärts gibt 5 Meilen was geben 3/4 Tage macht 3 3/4 Meilen. Sprich weiter abwärts 1 Tag gibt 7 Meilen was geben 3/4 Tag. Macht 5 1/4. Die Summe sind 9 Meilen. Wollte ich darstellen.*

Einige Anmerkungen zum Lösungsweg: Zunächst berechnet Rudolff die Strecken, die beide Boten zusammen am Tag vorwärts gelangen (7 Meilen) und in der Nacht wieder zurück geführt werden (5 Meilen).
Als nächstes zieht er von der Entfernung beider Boten (30 Meilen) die Strecke beider Zurückführungen (5 Meilen) ab, das ergibt 25 Meilen. Der Grund liegt darin, dass die Boten sich nur in einer Bewegung vorwärts treffen, nicht in einer Bewegung rückwärts, denn dann wären sie sich bereits vorher begegnet.

Die Division 25 Meilen / 7 Meilen beider Boten in Tag und Nacht ergibt 3 Rest 4, d.h. 3 Tage und Nächte plus 4 Meilen. Sie haben sich also nach drei Tagen und Nächten noch nicht getroffen. Am vierten Tag müssen sie in beider Vorwärtsbewegung diese 4 Meilen plus die abgezogenen 5 Meilen = 9 Meilen überwinden.
Die nächste Frage lautet, wie lange brauchen beide für diese Strecke. Die folgende Erklärung Rudolffs ist schwer verständlich. Sie ist identisch mit der modernen Darstellung

t ist die Zeit, die beide bis zum Treffen benötigen,

$t*5 + t*7 = 9$; und daraus $t = 9/12$ oder $3/4$.

Bis zu ihrem Treffen benötigen die Boten 3 Tage und Nächte plus 3/4 des folgenden Tages.
Rudolff fügt noch eine Probe an, die von der Position der Boten am Beginn des vierten Tages ausgehend deren Fortschritt berechnet.

Anhang 6: Das Fass mit Zapfen

An einem Tag fliessen aus dem Fass 1/2 + 1/3 + 1/4 = 13/12 des Inhalts. Also ist das Fass nach 12/13 Tag leer. Den Bruchteil des Tages rechnet Wagner noch in die Teile Örter und Punkt um. Im Originaltext:

> *Mache es so. Finde eine Zahl, darin du hast 1/2, 1/3, 1/4 das ist 12 und 1/2 von 12 ist 6 und 1/3 von 12 ist 4 und 1/4 von 12 ist 3. Addiere zusammen ist 13 und das ist dein Teiler und die Zahl die du gefunden hast ist 12. Nun teile 12 mit 13, ist 12/13 eines Tages das macht 11 Örter und 13 Punkte und ist gemacht. Und 12 Örter ist 1 Tag und 169 Punkt ist 1 Ort etc.*

Anhang 7: Gott grüss euch

Mit heutiger Methodik würden wir rechnen
x ist die Anzahl der Gesellen;
$2x + x/2 = 30$; oder $5x = 60$; daraus $x = 12$;

Ries rechnet nach der *regula falsi*, auch Regel vom zweifachen falschen Ansatz genannt. Er geht von zwei angenommenen Lösungen x_1 und x_2 aus, berechnet dazu die Fehler f_1 und f_2 und daraus die gesuchte Lösung x_0.[32]

$x_1 = 16$; —> $16 + 16 + 16/2 = 40 = 30 + 10$; $f_1 = 10$;
$x_2 = 14$; —> $14 + 14 + 14/2 = 35 = 30 + 5$; $f_2 = 5$;

$x_0 = (x_2{*}f_1 - x_1{*}f_2) / (f_1 - f_2) = (140 - 80) / (10 - 5) = 12$;

32 S. a. Webseite Matheplanet

Literatur

Cantor, Moritz, 1894-1908. *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* 4 Bde.

v. Clausberg, Christlieb, 1795. *Demonstrative Rechenkunst,* 5. Aufl., Leipzig

Coutereels, Johan, 1658. *Arithmetica*

Feistner, Edith 2016. Geschichten zum Rechnen – Geschichte des Rechnens. In: Feistner, Edith und Holl, Alfred (Hrsg.) 2016. *Erzählen und Rechnen in der frühen Neuzeit. Interdisziplinäre Blicke auf Regensburger Rechenbücher.* Reihe Regensburger Studien zur Literatur und Kultur des Mittelalters. Bd. 1

Feistner, Edith, 2018. Relativierte Referentialität: Überlegungen zu einer Kulturgeschichte der Interaktion von Erzählen und Rechnen. In: Dies. (Hrsg.): *Erzählen und Rechnen. Mediävistische Beiträge zur Interaktion zweier ungleicher Kulturtechniken,* (BmE Themenheft 2), S. 7–40
URL https://ojs.uni-oldenburg.de/ojs-3.1.0/index.php/bme/article/download/24/33/&sa=U&ved=2ahUKEwjmz6vi2_PiAhUFPFAKHXS5AXMQFjABegQIChAB&usg=AOvVaw0Vb83WdkWDC8n9xwv6U9Z0 [letzter Zugriff 22.7.2019]

Folkerts, Menso, 1978. Die älteste mathematische Aufgabensammlung in lateinischer Sprache: Die Alkuin zugeschriebenen Propositiones ad Acuendos Iuvenes. In: *Österreichische Akademie der Wissenschaften, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse Denkschriften,* Vol. 116 / 6, S. 15-76

Hardley, John und Singmaster, David, 1992. Problems to Sharpen the Young. In: *The Mathematical Association: The Mathematical Gazette.* Vol. 76, No. 475, *The Use of the History of Mathematics in the Teaching of Mathematics,* 03-1992, p. 102–126

Hemeling, Johann, 1667. *Arithmetica Historica oder: Historische Rechne-Kunst. Das ist die Edle Hochnutzbare Rechnekunst nach Italianisch kurzter Art in Ein Hundert Sinnreich-Lustigen Historien oder Geschichten*

Holl, Alfred, 2012/13. *Textaufgaben in deutschsprachigen Rechenbüchern des 15. Jhd.* URL
http://www.informatik.fh-nuernberg.de/professors/Holl/Personal/Textaufg_1500%20Reader.pdf [letzter Zugriff 22.7.2019]
Literaturverzeichnis hierzu URL
http://www.informatik.fh-nuernberg.de/professors/Holl/Personal/Textaufg_1500%20LitVz.pdf [letzter Zugriff 22.7.2019]

Holl, Alfred, 2014. *Rechenmeister und deutschsprachige Rechenbücher in Spätmittelalter und früher Neuzeit (Handschriften und Drucke). Deutsch als Sprache der Kaufmannsmathematik*
URL https://www.in.th-nuernberg.de/professors/Holl/Personal/Rechenmeister%20D.pdf [letzter Zugriff 22.7.2019]

Matheplanet Webseite
URL https://www.matheplanet.com/default3.html?call=article.php%3fsid=1096 [letzter Zugriff 22.7.2019]

Meichsner, Georg, 1625a. *Arithmetica Practica Das ist: Rechenkunst, auffs Einfältigst vnd kürtzest mit Exempeln erklärt in drey Theil vnterschieden vnd zugericht.*

Meichsner, Georg, 1625b. *Arithmetica Poetica. Das ist: Rechenkunst mit allerley Reymen und componirten Exempeln illustrirt.* (Arithmetica Practica Bd. 2)

Meichsner, Georg, 1625c. *Arithmetica Historica. Das ist: Rechenkunst durch alle Species unnd fürnembsten Regeln...* (Arithmetica Practica Bd. 3)

Prinz, Ina, 2009. *Rechnen wie die Meister. Die Rechenbücher von Johannes Widmann, Adam Ries, Christoff Rudolff und Johann Albrecht*

Ries, Adam, 1574. *Rechenbuch Auff Linien und Ziphren Inn allerley Hantierung, Geschefften und Kauffmanschafft.* Frankfurt. Faksimile Darmstadt 1954

Rudolff, Christoff, 1525. *Behend unnd hubsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebre, so gemeincklich die Coss genennt werden. ...*

Rudolff, Christoff, 1574. *Künstliche Rechnung mit der Ziffer und mit den Zahlpfenningen*

Schwenter, Daniel, 1636. *Deliciae Physico-Mathematicae. Oder Mathemat. vnd Philosophische Erquickstunden Darinnen Sechshundert Drey vnd Sechzig, Schöne, Liebliche vnd Annehmliche Kunststücklein, Auffgaben vnd Fragen, auß der Rechenkunst, Landtmessen, Perspectiv, Naturkündigung, vnd andern Wissenschafften genom[m]en, begriffen seindt*

Smith, David Eugene, 1925. *History of Mathematics*, 2 vols.

Suevus, Sigismund, 1593. *Arithmetica Historica: Die Löbliche Rechenkunst. Durch alle Species vnd fürnembste Regeln, mit schönen gedenckwirdigen Historien vnd Exempeln, Auch mit Hebraischer, Griechischer, vnd Römischer Müntze, Gewicht vnd Maß ... ; Aus viel gutten Büchern vnd Schrifften mit fleis zusammen getragen*

Wagner, Ulrich, 1483. *Das Bamberger Rechenbuch von 1483.* (Nachdruck). Transkription des Originals von Eberhard Schröder 1988

Weiss, Stephan, 2016. Handelsgewichte in Rechenbüchern der frühen Neuzeit. In: *Maß & Gewicht, Zeitschrift für Metrologie* 119 (Sept. 2016), S. 3198-3205
URL http://www.mechrech.info/publikat/Handelsgewichte_RB_Neuzeit.pdf [letzter Zugriff 22.7.2019]

Wendler, Georg, 1667: *Arithmetica Practica; Das ist: Kunst oder Wissenschafft; recht ordentlich und künstlich nach der Zahl, Maß und Gewicht zu tractirn und zu rechnen*

Widmann, Johannes, 1489, 1526. *Behende vnd hubsche Rechenung auff allen kauffmanschafft.* Leipzig

Wikipedia: Propositiones ad acuendos iuvenes.
URL https://de.wikipedia.org/wiki/Propositiones_ad_acuendos_iuvenes [letzter Zugriff 22.7.2019]

22.7.2019
http://www.mechrech.info