

Stephan Weiss

Schreibe 4, merke 1.

Ein Beitrag zur Methodik in
historischen Rechenlehrbüchern

Einleitung

Dieser Aufsatz hat seine Wurzeln in der Bearbeitung von Material über Verfahren des schriftlichen Rechnens. Ausgehend von der Addition mit ihrem zumeist unbeachteten Handlungsablauf des Zehnerübertrags kam die Frage auf, ob es noch andere Merksätze für den Zehnerübertrag gebe als der, den man selbst gelernt hat. Nach einer Befragung von Verwandten und Bekannten konnte nur die Durchsicht historischer Lehrbücher mehr Aufschluss geben.

Die folgenden Zitate sind das Ergebnis der Analyse einer zufälligen Auswahl an deutschsprachigen historischen Rechenlehrbüchern. Die Aufstellung sollte als Sammlung von Beispielen gesehen werden und ist keineswegs vollständig. Die Auswahl beschränkt sich auf Texte in Deutsch, weil nur den Merksätzen in deutscher Sprache nachgegangen wird und sie beschränkt sich auf Anleitungen zum schriftlichen Addieren. Das ältere Rechnen auf den Linien benötigt keine Merksätze zum Zehnerübertrag.

Der notwendige Übertrag

Sehen wir uns eine Addition ausführlich an. Wieviel ist 17 plus 17? Zunächst werden die Zahlen untereinander aufgeschrieben und mit einem Strich darunter abgeschlossen.

$$\begin{array}{r} 17 \\ + 17 \\ \hline \end{array}$$

Dann beginnt man an der rechten Stelle von unten nach oben oder umgekehrt zu addieren: 7 plus 7 ist vierzehn, schreibe 4, merke 1. Diese 1 plus 1 plus 1 ist 3, schreibe 3.

$$\begin{array}{r} 17 \\ + 17 \\ \hline 1 \\ \hline 34 \end{array}$$

Damit steht das Ergebnis fest, es lautet 34.

Dieser Zwischenschritt „schreibe 4, merke 1, diese 1 plus...“ und so weiter, markiert und begleitet den Zehnerübertrag. Er kann an allen Stellen auftreten, nicht nur wie hier von der Einer- zur Zehnerstelle. Das Beispiel verdeutlicht zudem, dass man unter dem Begriff Zehnerübertrag sowohl die übertragene Ziffer als auch die Aktion selbst versteht.

Welche Ursache hat dieser Zwischenschritt des Übertrags? Er wird notwendig, weil wir in einem Stellenwert- oder Positionssystem rechnen. Dabei handelt es sich um ein System zur Darstellung von Zahlen durch Ziffern, deren Wert von ihrem Zifferwert und von ihrer Stellung innerhalb der Zahl abhängt. Wir verwenden zehn unterschiedliche Ziffern 0 bis 9, weshalb das System auch dezimales Stellenwertsystem genannt wird. Grundlage der Stellenwertsysteme ist die Bündelung von Elementen. Zwölf Einer ergeben zwei Einer und einen Zehner, zehn Zehner ergeben einen Hunderter und so weiter – wer wird mit solchen Aussagen nicht an seine Schulzeit erinnert.

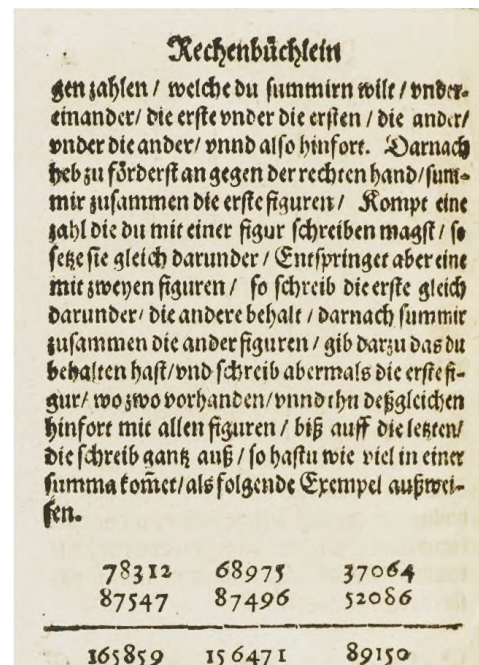
Das Rechnen mit Ziffern gestaltet sich nicht einfach. Die Repräsentation mittels einer Menge von Marken und ihrer Lage wie auf dem historischen Rechenbrett oder auf dem Abakus ist nicht möglich. An ihre Stelle tritt die schwerer verständliche symbolische Notation als System von Bündeln verschieden hoher Stufen. Bei der Addition kann deshalb ein zusätzlicher Rechenschritt, der schriftliche Zehnerübertrag, notwendig werden.

Die Rechenlehrbücher

Nach der Erfindung des mechanischen Buchdrucks mit beweglichen Lettern um 1450 erschienen Lehrbücher des Rechnens in grösseren Stückzahlen als die wertvollen Manuskripte zum Thema aus früherer Zeit. Auf diesem Weg und mit der Wahl der Landessprache an Stelle von Lateinisch konnte eine weitaus grössere Zahl von Personen angesprochen werden. Die Rechenlehrbücher dienten sowohl als Hilfsmittel beim Unterricht als auch als Grundlage für das Selbststudium. Zunächst behandelten die Autoren nur das Rechnen auf den Linien, d. h. auf dem Rechenbrett, später in einer Übergangszeit gleichzeitig auch das schriftliche Rechnen und schliesslich nur noch Letzteres.

Die Methode der Darstellung und Weitergabe besteht nicht nur in Rechenlehrbüchern im Vermitteln rezeptartiger Abläufe ohne jede Begründung, die bei genauer Einhaltung das gewünschte Ergebnis bringen.¹ Der Unterricht umfasst Vorzeigen und Nachmachen. Das Einüben von Kunstgriffen, angepasst an die praktischen Bedürfnisse und vorgeführt an zahlreichen Beispielen aus der Praxis, steht im Vordergrund.² So formen sich aus den Anweisungen, wie man die Ziffern einer Teilsumme bei der Addition richtig zu behandeln habe, Merksätze, die sich in ihrer Kürze dem Gedächtnis einprägen sollen, damit Fehler in der ersten Zeit des Einübens vermieden werden.

Der grosse und bekannte Rechenmeister Adam Ries (1492 – 1559) hat den Zehnerübertrag in seine Erklärungen mit aufgenommen (Lit. 12):



-
- 1 Gut erkennbar ist diese Methode u. a. im Visierbuch von Erhart Helm, beigegeben zu einigen Auflagen des Rechenbuchs von Adam Ries, sowie bei den Erläuterungen von John Napier über die Handhabung der Rechenstäbe in seiner Rabdologia von 1617.
 - 2 Zu den Methoden des Rechenunterrichts siehe u. a. Grosse Lit. 5 und Sterner Lit. 18

Darnach
 heb zuförderst an / gegen der rechten handt / sum=
 mir zusamen die ersten figuren / kompt eine
 zahl / die du mit einer figur schreiben magst / so
 setz sie gleich darunder / Entspringet aber eine
 mit zweyen figuren / **so schreib die erste gleich
 darunder / die andere behalt** / darnach summir
 zusammen die andern figuren / **gib darzu das du
 behalten hast** / und schreib abermals die erste fi=
 gur / wo zwo vorhanden /

„So schreib die erste gleich darunder / die ander behalt ...“ steht in seinen Lehrbüchern. Er meint damit die Ziffern einer zweistelligen Teilsumme.

Gleichermassen schreibt Johannes Schreckenberger 1585 (Lit. 15):

wann dir auß solcher Summierung ein Finger
 zahl entspringt / so setz dieselbig gerad under die
 zalen auß welchen sie erwachsen ist: Kommt aber
 ein Articular oder compositz zahl / das ist zwo
 figuren / **so setz die eins bedeutndt wie vorge=
 meldt / und die zehen bedeutndt behalt** / und zehl
 sie zu der nechsten und nachfolgenden zeilen /

Aus dem ersten Jahrzehnt des letzten Jahrhunderts ist dem Verfasser das „behalte im Sinn“, eine Erweiterung von „behalte“, bekannt.³

Es tritt schon bei Heinrich Schreiber 1523 (Lit. 16) auf:

Wan do kumbt eyn zal mit eyner figuren /

 Eyn zal mit zweyen figuren.
**Schreib die erste unnd behalt die annder ym
 synn** welche thu zu der negsten als...

sowie bei den folgenden Autoren

3 Merksätze ohne Quellenangabe stammen aus der Erinnerung des Autors oder sind Antworten auf die Befragung von Verwandten und Bekannten. Sie können daher nicht weiter als bis zum Beginn des 20. Jahrhunderts zurückreichen und auch keinesfalls repräsentativ sein. Die Merksätze werden zur leichteren Lesbarkeit mit einem angenommenen Zwischenergebnis 14 bei der Addition zitiert.

Peter Apian 1527 (Lit. 2):

So aber auß der Addition eine gelid zahl kommet / **so setz die 0 und behalte die finger zal im syn** / unnd thu sie zu den nechsten figur bey der lincken handt. Erwechst aber eine zusammen gesetzte zal / so schreib und die lini die finger zal / und **behalt die glidr zal im syn** wie fuhr.

Johann Albert 1585 (Lit. 1):

Darnach heb gegen der rechten hand an / addir die ersten figur zusammen / Kömpt dir daraus ein zal mit einer figur zu schreiben / setz sie gleich darunter / wo aber mit 2 Figur / Schreib die erste gerad darunter / **die ander behalt im Sinn** / bis du die nechste Figur auch addirt hast / dazu gib den die / **so du zuvor im sinn behalten hast** /

Wilhelm Schey 1600 (Lit. 14) im Verlauf eines Beispiels für die Addition:

Auff der andern statt / Addier 2. und 2. sampt die 6. macht 10. und die 2. so du zuvor von 20. **im Sinn behalten** / gibt zusammen 12.

Das „im Sinn behalten“ wird von ihm während des Rechenbeispiels mehrfach verwendet.

Nicolaus Kauffunger 1674 (Lit. 8):

Wo aber zwo zahlen oder Figuren auß dem Addiren erwachsen / so schreib allemahl die / so an der ersten statt stehet / gleich darunter / die ander oder mehr bedeutende Figur / **behalt im Sinn** / Addir erst die nechstfolgende Figuren auch zusammen / darnach gib die / **so du zuvor im Sinn behalten hast** / zu der jetzt addirten Summa...

Johann Hemeling 1678 (Lit. 7):

Wird sie aber geschrieben mit zween (das ist über 9) oder mit dreyen / (das ist über 99) so schreib das erste (verstehe / wann 10 / heraußkommen / so schreib die 0 / 18 / die 8.49 / die 9. oder / wann 100 / die erste 0. 116 / die 6. 153 / die 3 / und so fort) und **das ander oder übrige behalt im Sinne** / oder behalts / das ist / schreib es / zu besserer deiner Behaltung / für dich auff die Rech= netafel oder durchgestrichen / unter die nächstfolgende Zahl= zeichen...

Noch in der Ausgabe 1817 des Kleinen Rechenbuchs von Johann Hemeling, (Lit. 6) finden wir identisch:

...kommt eine Zahl heraus, die mit einem einfachen Zahlzeichen geschrieben wird, so setze dieselbe gleich darunter, kommen aber zwey oder mehrere Zahlen, so schreib (??) Erste, **behalt die übrigen im Sinne**, versammle (??) zur folgenden Stelle...

Johann Christoph Sturm 1714 (Lit. 19):

...schreibe derowegen von dieser Zahl das 7 unter dem Strich / und **behalte das dabey befindliche 1** (das in der That soviel als zehen ist) **im Sinn** / und rechne es mit unter die Zehner als ein ander Eins von ihnen...

Das „behalt im Sinn“ oder „im Sinn behalten“ wird hier mehrfach verwendet.

Johann Leonhard Rost und Johann Jacob Schübler 1724 (Lit. 13):

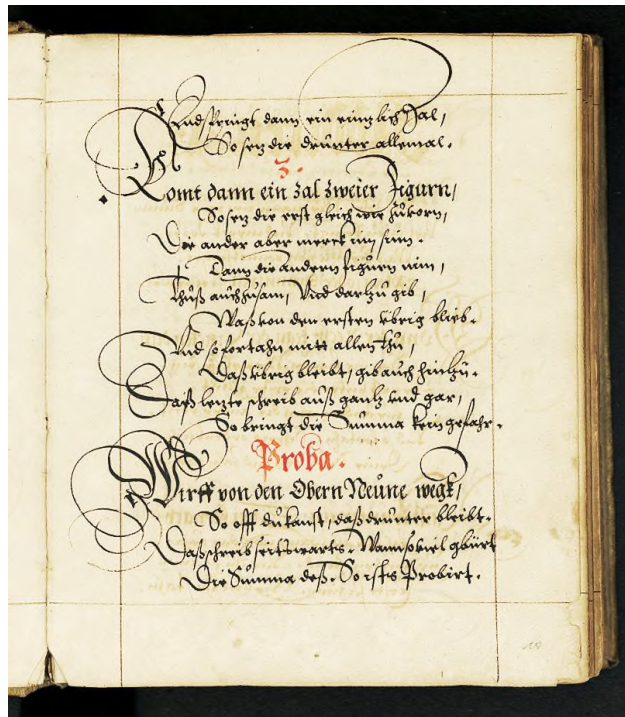
...das ist ein Zehner und 3 Einheiten drum schreibt die letztern unter den Strich, und nehmet **den im Sinn behaltene**n Zehner, den man auch allenfalls gleich unter die nächste Reihe schreiben kan mit zu der folgenden Reihe...

Michael Mayr 1739 (Lit. 10):

Wann zwey oder mehr Zahlen neben einander stehen / so thu ich die erste bey der rechten Hand zusammen: kommet eine Zahl / die mit zweyen Figuren geschrieben wird / wie im folgenden zur linken Hand stehenden ersten Exempel 19. / so schreibe ich die 9. unter die Linien **das 1. behalte im Sinn** / oder schreibe es für mich auf die Tafel...

Wie die Aufstellung zeigt hat man über Jahrhunderte hinweg der Ausdruck „im Sinn behalten“ am häufigsten verwendet. In seiner Kurzfassung „4 hin, 1 im Sinn“ wurde er nach Kenntnis des Verfassers noch Anfang des 20. Jahrhunderts gelehrt.

Andreas Reinhard (1571 – 1613, Lit. 11) setzt 1599 die Regeln des schriftlichen Übertrags in Verse, die ihrer Eindringlichkeit wegen hier vollständig zitiert werden. Nach der Addition der Ziffern einer Spalte gilt



„Endspringt dann ein einzlich Zal,
So sez die drunter allemal.
Komt dann ein zal zweier Figuren/
So sez die erst gleich wie zu vorn,
Die ander aber merck inn sinn.
Dann die andern Figuren nim,
Thuß auch zusam, Vnd dartzu gib,
Waß von den ersten übrig blieb.“

Reinhard setzt an die Stelle von „behalte im Sinn“ ein „merke im Sinn“, bleibt damit jedoch eine Ausnahme. Zum Verb „merken“ sei ergänzt, dass in der Generation mit erster Schulausbildung etwa nach der Mitte des 20. Jahrhunderts zumindest in

Bayern die verkürzte Formulierung „1 gemerkt“ oder „merke 1“ sowie das erweiterte „4 angeschrieben, 1 gemerkt“ verbreitet gewesen sein muss. Die Ergebnisse von Befragungen lassen eine solche Feststellung zu.

Nicht alle Erklärungen zur Ausführung des Zehnerübertrags haben sich zu Merksätzen gewandelt. Simon Jakob (1510 – 1564, Lit. 17) gibt die nachfolgende Anweisung:

dern zugebrauchen haben) welches du hie vnden gefast siehest / So
 fahe nun an bey dem A. summier alle Zahl auffwärts gegen dem
 B. thut solche alle samentlich 55. Diese Zal / so sie mit einer Figur
 geschriben würde / schreibstu dieselbe alle mittel gerichtis vnter die
 Zahl der ersten statt / weil sie aber mit zweyen Figuren geschriben 789 B
 wirt / oder vielleicht etwann mit dreyen / etc. so schreibstu allemal die 8796
 erste Figur bey der rechten hand gerad hinab / vnd ist jetzt 5. die an- 59
 der / nemlich 5. die behelstu zur andern zeil / vnd schreibstu jhr nicht / 786
 sondern gibst solche behaltene 5. zu den 7. der vntersten Figuren der 9809
 nechsten ordnung oder statt / werden 12. ferner zu 6. sind 18. vnd 7526
 also gib abermal zusammen biß gar hinauff / kommen 50. denen 7862
 thustu aber wie zuvor / Nemlich / schreibstu die erste bey der rechten 5978 A
 hand / als o. gerichtis hinab vnter die 7. die ander behelstu abermal
 zur nechstfolgenden zeil / nemlich 5. gib zu 9. werden 14. Also vber 41605
 sich / biß du kommest zur obersten / vnd wirdt solche Summa 56.

So

fahe nun an bei dem A. summier alle Zahl auffwärts gegen dem
 B. thun solche alle samentlich 55. Diese Zal / so sie mit einer Figur
 geschriben würde / schreibstu dieselbe alle mittel gerichtis unter die
 Zahl der ersten statt / weil sie aber mit zweyen Figuren geschriben 789 B
 wirt / oder vielleicht etwann mit dreyen / etc. so schreibstu allemal die 8796
 erste Figur bey der rechten Hand gerad hinab / und ist jetzt 5. **die an-**
der / nemlich 5. **die behelstu zur andern zeil** / und scheidst jhr nicht / 786
 sondern gibst solche behaltene 5. zu den 7. der untersten Figuren der 9809
 nechsten Ordnung oder statt werden 12. ferner zu 6. sind 18. unnd 7526
 also gib abermal zusammen biß gar hinauff / kommen 50. denen 7862
 thustu aber wie zuvor / Nemlich / schreibstu die erste bey der rechten 5978 A
 hand / als o. gerichtis hinab unter die 7. **die ander behelstu abermal**
zur nechstfolgenden zeil / nemlich 5. gib zu 9. werden 14. Also vber 41605
 sich / biß du kommest zur obersten / unnd wirdt solche Summa 56.

Ein „zur anderen Zeile (oder richtig Spalte) behalten“ ist dem Verfasser dieses Aufsatzes noch nicht begegnet. Dazu ist der Ausdruck zu lang.

Die Häufung der Anweisung „im Sinn behalten“ über mindestens zweihundert Jahre fällt auf. Auf der Suche nach den Gründen hierfür liegt die Vermutung nahe, dieser

Merksatz habe ich besonders gut geeignet und Erfolge bei den Lernenden gezeigt. Nicht auszuschliessen ist allerdings auch, dass es von Autor zu Autor zu einem Verstärkungseffekt gekommen ist. Jeder hat ihn vom Vorgänger übernommen unter der Annahme, diese Formulierung sei gut geeignet und ein Abweichen aus welchen Gründen auch immer nicht angebracht.

Eine seltene Ausnahme macht Johannes Böschentain (1472 – 1540). Er nennt in seinem Rechenbuch (Lit. 4) die Addition als Rechenart, zeigt jedoch keinen Weg, wie der schriftliche Zehnerübertrag auszuführen sei. Man muss annehmen, dass diese Autoren die Erklärungen nur im mündlichen Unterricht gegeben und auf diese Weise die Lernenden an sich gebunden haben.

Im 18. Jahrhundert ändert sich die Auffassung von den Zielen des Unterrichts im Allgemeinen und damit auch des Rechenunterrichts. Das Verstehen und Begreifen, das Anregen des Denkens gelangen in den Vordergrund. Die Rechenfertigkeit wird wichtiger als die automatische unreflektierte Rechenkunst. Mit einer zeitlichen Verzögerung hat diese neue Auffassung auch Auswirkungen auf die Texte in den Lehrbüchern. Als ein Beispiel von vielen zitieren wir aus dem Rechenbuch von A. F. A. Bluhm 1802:

Ich schreibe die gegebenen Zahlen auf, setze Einer unter Einer, Zehner unter Zehner etc. als= denn fange ich zur Rechten an, und zähle sie, durch das Wörtlein und, zusammen; **die Einer setze ich gleich unter, die Zehner aber zähle ich zur folgenden Reihe**, wo die Einer fehlen, setze ich an deren Stelle eine Null, und zuletzt schreibe ich die ganze Zahl aus, z. E....

Auf den ersten Blick scheint sich nichts geändert zu haben. Tatsächlich aber ist an die Stelle eines Merksatzes als Handlungsanweisung eine Erklärung getreten, deren Ausführung dem Lernenden überlassen wird. Gleichzeitig kommt eine neue Notation auf, die bisher nicht praktiziert wurde: eine übertragene Zehnerziffer kann als Merkhilfe zusätzlich unter die Spalte der anderen Zehnerziffern geschrieben werden.

Bleibt noch eine Frage offen: warum haben sich trotz der neuen Unterrichtsziele die Merksätze zum Zehnerübertrag – Ausgangspunkt unseres Aufsatzes – bis in das 20. Jahrhundert hinein halten können? Die Bearbeitung dieses Themas müssen wir anderen Disziplinen der Wissenschaft überlassen.

Bildnachweis

Seite aus Ries (Lit. 12 1550)

http://www2.rz.tu-clausthal.de/Calvoersche_Bibliothek/on-line/Ries.php

Seite aus Reinhard (Lit. 11)

http://de.wikisource.org/wiki/Drei_Register_Arithmetischer_ahnfeng_zur_Practic

Seite aus Simon Jacob (Lit. 17)

<http://mdz10.bib-bvb.de/~db/0002/bsb00022019/images/>

Literatur

- 1 Albert, Johann: Rechenbüchlein, auff der Feder und Linien ..., Magdeburgk 1585
- 2 Apian, Peter: Eyn Neue Vnnd wolgegründte vnderweysung aller Kauffmanß Rechnung in dreyen büchern. Ingolstadt 1527, Nachdruck Polygon-Verlag 1995.
- 3 Bluhm, A. F. A.: Rechen-Buch nach Anleitung der allgemeinen de Resischen- oder Kettenregel für angehende Kaufleute. Neue Aufl. Quedlinburg 1802
- 4 Böschenstain, Johannes: Ain neugeordnet Rechenbüchlein: mitt den Zyffern. 3. Aufl., Augsburg 1518. Reprint Berlin 1983
- 5 Grosse, Hugo: Historische Rechenbücher des 16. und 17. Jahrhunderts. Leipzig 1901, Neudruck Wiebaden 1965
- 6 Hemeling, Johann: Kleines Rechenbuch, oder kurzer, doch gründlicher Unterricht in allen vorkommenden Rechnungsarten... Neue verbesserte Aufl. Hannover 1817
- 7 Hemeling, Johann: Neugemehrtes Selbstlehrende rechner-schul: Oder, selbstlehrendes rechner-buch. 1678
- 8 Kauffunger, Nicolaus.: Plenaria Arithmetica: Oder, rechen Buch Auff Linien Vnd Ziffern. Cassel 1647
- 9 Leupold, Jacob: Theatrum Arithmetico-Geometricum. Leipzig 1727. Faksimileausgabe Schäfer 1982
- 10 Mayr, Michael: Gemeine Teutsche rechner-schul. 1739
- 11 Reinhard, Andreas: Drei Register Arithmetischer ahnfeng zur Practic. 1599
- 12 Ries, Adam: Rechenbuch auff Linien und Ziphren. Frankfurt 1574, Faksimiledruck Schmidt Satyr-Verlag 1976

- 13 Rost, Johann Leonhard und Schübler, Johann Jacob: Mathematischer Lust- und Nutz-garten: Darinnen das Nohtwendigste von der Arithmetica Vvlgari, Decimali und Sexagesimali: 1724
- 14 Schey, Wilhelm: Arithmetica oder die Kunst zu rechnen. Basel 1600
- 15 Schreckenberger, Johannes: Ein New Rechenbüchlin: Auff den Linien vnnd der Federn. o. O. 1585
- 16 Schreiber, Heinrich: Eynn kurtz neue Rechenn unnd Visyr buechleynn, Erfurt 1523
- 17 Simon Jacob von Coburg: Rechenbuch auff den Linien und Ziffern. Frankfurt/M. 1600
- 18 Sterner, Matthäus: Principielle Darstellung des Rechenunterrichtes auf historischer Grundlage, 1. Teil, Geschichte der Rechenkunst. München u. Leipzig 1891
- 19 Sturm, Johann Christoph: Mathesis Juvenilis: Das ist: Anleitung vor die Jugend zur Mathesin. 1714

31. Oktober 2008
<http://www.mechrech.info>

□